COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 15 OCTOBRE 1894,

PRÉSIDENCE DE M. LŒWY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie la perte qu'elle vient de faire dans la personne de M. *N. Pringsheim*, Correspondant de la Section de Botanique, décédé à Berlin le 6 octobre 1894.

M. **Bornet** ajoute ce qui suit :

« M. Pringsheim est l'auteur de deux découvertes qui font époque dans l'histoire de la sexualité chez les êtres vivants. Lorsqu'il vit s'opérer sous ses yeux le mélange d'un anthérozoïde et d'un oogone d'*Œdogonium*, il assistait à un spectacle qui n'avait jamais été contemplé et constatait, le premier, le mécanisme de la formation de l'œuf. Les observations confirmatives se sont multipliées, les progrès de la technique microscopique

ont permis de pénétrer plus avant dans les détails de l'union, mais la première observation complète et précise a été faite par un botaniste et sur une Algue; qu'il soit permis à un botaniste algologue de le rappeler.

» Ce sont encore des Algues qui fournirent à M. Pringsheim l'occasion de sa seconde découverte. Il vit, en étudiant certaines Volvocinées, que chez elles l'œuf résulte de l'union de deux zoospores parfaitement semblables, et que, par conséquent, la différenciation extérieure des gamètes, si marquée dans un grand nombre de cas, n'est pas une condition essentielle de la sexualité, comme on était porté à le croire.

» Les Saprolégniées, Champignons confervoïdes qui se rapprochent des Algues par leurs organes reproducteurs, ont de bonne heure attiré l'attention de M. Pringsheim. Dans une série de Mémoires, il a fait connaître les relations curieuses et variées de l'oogone et de l'anthéridie.

» Depuis 1869, date à laquelle furent achevées la plupart de ces études, dont le succès valut à l'auteur le titre de Correspondant, M. Pringsheim a poursuivi d'importantes recherches sur la chlorophylle et la fonction chlorophyllienne. Il en a donné le résumé dans les *Comptes rendus* du 26 janvier 1880.

» Enfin M. Pringsheim a rendu à la Science un autre genre de services en fondant et dirigeant pendant vingt-quatre années la publication d'un Recueil de Mémoires botaniques qui compte parmi les plus estimés. »

HYDRODYNAMIQUE. — *Détermination en partie expérimentale et en partie théorique de la contraction inférieure d'une nappe de déversement déprimée, ou noyée en dessous, ou même adhérente, sur un barrage ayant sa face d'amont verticale;* par M. **J. Boussinesq.**

« I. Il ne reste plus (¹), pour pouvoir évaluer le débit, qu'à connaître la petite contraction c du dessous de la nappe. Or c'est seulement dans le cas d'un barrage rendant cette contraction maximum, c'est-à-dire armé à sa partie supérieure d'une large et mince plaque horizontale, dirigée contre le courant de manière à rejeter vers l'amont le fluide venu d'en bas suivre sa face inférieure, que le principe des quantités de mouvement permet de la déterminer.

(¹) Voir le dernier *Compte rendu*, p. 589.

» Dans ce cas, en effet, isolons (par la pensée) du liquide d'aval, à l'époque t, la masse fluide comprise en amont de la section contractée et du plan vertical de hauteur ε qui la joint inférieurement à l'armature horizontale du barrage; et limitons cette masse, du côté de l'amont, par un autre plan vertical transversal, assez éloigné du déversoir pour que le fluide s'y élève à la hauteur h au-dessus du seuil. Elle n'éprouvera contre le barrage, ainsi que contre ce plan d'amont et contre le fond intermédiaire, que les pressions hydrostatiques dues à cette hauteur h; car le fluide s'y trouve en repos partout, sauf toutefois sous la face inférieure de l'armature horizontale, où le demi-carré de la vitesse s'accentue et réduit d'autant la pression, mais sans qu'il en résulte aucune composante de celle-ci suivant le sens horizontal perpendiculaire au barrage. Or il ne provient non plus aucune composante analogue, ni du poids de la masse, ni des pressions exercées par les deux bords ou *joues* qui la limitent latéralement; et, d'ailleurs, les frottements sur toutes ces parois ne deviennent tant soit peu sensibles (sans néanmoins prendre assez d'influence pour nécessiter leur mise en compte dans nos calculs) que là où les vitesses sont elles-mêmes notables, savoir, au voisinage de la partie supérieure du barrage.

» Donc, la masse fluide en question n'éprouve, suivant un axe horizontal perpendiculaire à celui-ci ou ayant le sens général de l'écoulement, aucune action résultante dans sa partie inférieure au seuil, où s'équilibrent des pressions hydrostatiques de sens contraires; et, au-dessus du seuil, il y a seulement, d'une part, la pression, $\frac{1}{2}\rho g h^2$ par unité de largeur, exercée sur le haut de la section amont, d'autre part, la composante, $-\cos\beta\int_0^\eta p\,dz$, de la pression $\int p\,dz$ que supporte la section contractée, où p est donné par la seconde formule (1), plus la pression, changée de signe, exercée sur le fluide supposé *mort* (gaz ou liquide) contigu au plan vertical de hauteur ε qui prolonge inférieurement la même section jusqu'à l'armature du barrage. Cette dernière pression égale $p_0\varepsilon$ ou $cN\rho g h^2$, sous une nappe déprimée où le fluide *dit* mort est de l'air, et $p_0\varepsilon + \frac{1}{2}\rho g\varepsilon^2$ ou $c(N + \frac{1}{2}c)\rho g h^2$, sous une nappe noyée en dessous, où c'est de l'eau tourbillonnante.

» La masse considérée éprouvera donc, en somme, d'amont en aval, une action extérieure exprimée par

$$\frac{1}{2}\rho g h^2(1 - 2cN) - \cos\beta\int_0^\eta p\,dz \tag{10}$$

dans le cas de la nappe déprimée, et par

$$(10\ bis)\qquad \tfrac{1}{2}\rho g h^2(1 - 2c\mathrm{N} - c^2) - \cos\beta\int_0^\eta p\,dz,$$

dans celui de la nappe noyée en dessous ou adhérente.

» Ces expressions devraient être un peu accrues s'il fallait tenir compte des frottements extérieurs, exercés en majeure partie par la face inférieure de l'armature horizontale (principale des surfaces limites près desquelles l'écoulement est rapide) et dirigés par suite vers l'aval, en sens contraire des filets fluides qui y glissent. Elles grandiraient surtout, *et alors dans un rapport notable,* si, l'armature étant supprimée, la face amont (verticale ou inclinée) du barrage était parcourue par un fluide ascendant animé d'une grande demi-force vive; ce qui diminuerait d'autant sa pression et, par conséquent, l'action retardatrice du barrage, qui, changée de signe, se trouve implicitement comprise dans les expressions (10) et (10 *bis*). Celles-ci sont donc, en réalité, des limites *inférieures* de l'action totale exercée, suivant le sens général de l'écoulement, sur le fluide en mouvement à l'amont de la section contractée.

» Il faut, d'après le principe des quantités de mouvement, égaler le produit de (10) ou (10 *bis*), par l'instant dt, à l'accroissement, durant le même instant, de la quantité de mouvement de la masse suivant le sens horizontal normal au barrage. Or, à raison de la permanence du régime et vu les faibles vitesses du fluide affluant à l'amont, cet accroissement se réduit à la quantité de mouvement possédée, suivant le sens horizontal, par le fluide $\int\rho(\mathrm{V}\,dt)\,dz$ qu'a débité durant l'instant dt l'unité de largeur de la section contractée, fluide possédant à travers l'élément dz de la section la vitesse horizontale $\mathrm{V}\cos\beta$. L'expression (10) ou (10 *bis*) égale donc $\rho\cos\beta\int_0^\eta \mathrm{V}^2\,dz$; et, en divisant par $\frac{1}{2}\rho g h^2$, il vient, après transposition d'un terme,

$$(11)\qquad 2\cos\beta\int_0^\eta\left(\frac{\mathrm{V}^2}{g}+\frac{p}{\rho g}\right)\frac{dz}{h^2}=\begin{cases}\text{soit } 1-2c\mathrm{N}\ \text{(nappe déprimée)},\\ \text{soit } 1-2c\mathrm{N}-c^2\ \text{(nappe noyée en dessous)}.\end{cases}$$

» Remplaçons, sous le signe $\int$, p par son expression résultant de la seconde relation (1), et puis V par sa valeur (1), qui rend l'intégration immédiate. Celle-ci effectuée, substituons à N, η, R_0 leurs valeurs tirées

de (2) ou de (3); et, toutes réductions faites, nous aurons

$$(12) \quad (1-c)^2(1-k^2n^2)[1+kn^2(2+k)] = \begin{cases} 1-2c(1-c)(1-n^2) \text{ (nappe déprimée)}, \\ (1-c)(1-c+2n^2c) \text{ (nappe noyée en dessous)}. \end{cases}$$

» II. Cette double équation devant, comme on verra, fournir seulement des limites supérieures des petites contractions c effectives, il sera bon de désigner désormais ses racines, non plus par c, mais par C. Alors, dans le cas de la nappe déprimée, elle donnera aisément la relation suivante, du second degré par rapport à l'inverse de $1-C$,

$$(13) \quad \frac{1}{(1-C)^2} + \frac{2(n^2-1)}{1-C} = -1 + 2n^2\left[1+k-k^3n^2\left(1+\frac{k}{2}\right)\right].$$

» On en tirera

$$(13 \text{ bis}) \quad \frac{1}{1-C} = 1-n^2+n\sqrt{n^2+2k-k^3n^2(2+k)},$$

avec le signe + devant le radical, pour que, dans la nappe libré (où $n=1$) et dans les nappes *déprimées* ou même *soulevées*, toutes assez peu différentes de la nappe libre, la valeur de $1-C$ soit positive comme elle doit l'être, le relèvement ε des filets inférieurs n'atteignant jamais la hauteur h d'amont.

» Dans le cas contraire de la nappe noyée en dessous ou adhérente, l'équation (12) se simplifie par la suppression du facteur $1-c$; et l'on trouve simplement

$$(14) \quad \frac{1}{1-C} = 1+k-k^3n^2\left(1+\frac{k}{2}\right).$$

» III. Ces formules (13 *bis*) et (14) deviendraient des inégalités, avec le signe $<$ au lieu du signe $=$, si, remettant c au lieu de C, l'on tenait compte des frottements, mais surtout si l'on voulait traiter le cas d'un barrage dépourvu de l'armature supérieure horizontale dirigée vers l'amont. Alors, en effet, les deuxièmes membres de la double équation (11) ou (12) s'accroîtraient, comme on a vu, d'un terme positif : ce qui, à la condition de laisser subsister dans (13 *bis*) et (14) la forme des premiers membres, conduirait à diminuer les seconds et, par suite, à réduire les valeurs de c.

» Par conséquent, la seule chose que nous apprenne l'analyse précédente dans le cas, seul expérimenté par M. Bazin pour les nappes déprimées ou noyées en dessous, d'un barrage ayant sa face d'amont verticale, c'est que la contraction inférieure c y est, *pour chaque système de valeurs de n et*

de k, une fraction seulement des valeurs C fournies par (13 *bis*) et (14).

» Mais quelle fraction en sera-t-elle? Pour le conjecturer, observons que la contraction c provient de la convergence des filets fluides à leur approche du déversoir. Or, cette convergence est deux fois plus forte dans le cas du barrage vertical que dans celui du barrage avec armature dirigée vers l'amont; car l'angle, qui la mesure, des filets supérieurs, horizontaux un peu à l'amont du déversoir, avec les filets inférieurs, directement ascendants contre le barrage vertical, mais horizontaux d'aval en amont contre le barrage avec armature, est de 1 droit dans le premier cas et de 2 droits dans le second. On trouverait donc naturel que, pour mêmes valeurs de n et de k, c égalât environ $\frac{1}{2}$C sur le barrage vertical; et, si des mesures directes venaient confirmer cette induction dans le seul cas facile à observer, celui de la nappe libre, il y aurait lieu de l'étendre aux autres cas, sauf contrôle ultérieur de l'hypothèse par ses conséquences vérifiables.

Or, l'observation a donné à M. Bazin $c = 0,112$ pour ses nappes libres s'approchant le plus de celles qu'aurait offertes un barrage de hauteur infinie; d'où il suit que c dépasserait à peine 0,112 sur un tel barrage, où la contraction inférieure serait complète.

» D'autre part, la formule (13 *bis*), dans ce cas d'une nappe libre (où $n = 1$), devient

$$(15)\qquad \frac{1}{1-C} = \sqrt{(1-k^2)(1+k)^2}; \qquad \text{d'où} \qquad C = 1 - \frac{1}{\sqrt{(1-k)(1+k)^3}}.$$

Cette expression de C, nulle pour $k = 0$ et pour $k = 0,8393$, atteint, pour $k = \frac{1}{2}$ (comme le montre sa dérivée) le maximum $C = 1 - \frac{4}{9}\sqrt{3} = 0,2302$, aux environs duquel elle reste sensiblement invariable. Or c'est justement assez près de $\frac{1}{2}$ que se trouve la valeur effective k à porter dans (15), savoir la valeur (8), peu différente de $k_0 = 0,46854$. Et il est à remarquer qu'elle continuerait à ne pas s'écarter beaucoup de $\frac{1}{2}$, si la relation $c = \frac{1}{2}$C, sur les deux barrages comparés ici, l'un, vertical, l'autre, à contraction maxima, s'observait à égalité de valeurs non de k, mais du rapport K des deux hauteurs d'eau h', h : cas où la valeur de k à porter dans (15) dépasserait légèrement la précédente (8).

» On pourra donc, à raison du maximum signalé, remplacer k, quel qu'il doive être, par k_0. Et, en effet, la substitution, dans (15), de $k_0 = 0,46854$ à k, donne $C = 0,2292$, quantité dont la moitié, $c = 0,1146$, se confond bien, pratiquement, avec la moitié, 0,1151, du maximum. On voit d'ailleurs que l'une et l'autre excèdent à peine la valeur expérimentale 0,112, comme il le fallait pour justifier le principe conjecturé.

» Ainsi, l'expérience confirme ce principe dans le cas où elle peut se faire avec précision, et nous admettrons provisoirement que, du moins au moment où le déversoir, cessant d'être noyé en dessus, acquiert son débit maximum, la valeur de c est la moitié de C calculé par les formules (13 *bis*) ou (14).

» IV. A la vérité, toute détermination expérimentale de c, même pour la nappe noyée en dessous, n'est pas impossible : car c se déduit des mesurages de la vitesse aux divers points de la masse liquide, en observant que cette vitesse croît de haut en bas tant qu'on est dans la *veine* ou nappe, partie du fluide animée de translation, pour diminuer seulement dès qu'on entre dans l'eau tourbillonnante. Et, en effet, non seulement la théorie montre qu'il doit en être ainsi; mais l'observation prouve le même fait, en constatant que le débit *tout entier* du déversoir est fourni par les filets de vitesse maximum et par ceux qui sont *au-dessus* d'eux. On peut le voir à la page 58 du premier Mémoire cité de M. Bazin et aux pages 75, 76 du second, où l'auteur a effectué la sommation des débits individuels de ces filets respectifs, pour deux nappes adhérentes et pour un assez grand nombre de nappes noyées en dessous.

» La situation du maximum de vitesse indique donc le bas de la nappe et, marquant la limite séparative de celle-ci d'avec l'eau dite *morte*, située au-dessous, permet de connaître le relèvement maximum $\varepsilon = ch$ des filets inférieurs. Mais c'est seulement d'une manière peu précise, comme l'a constaté M. Bazin, et comme il arrive d'ailleurs, en général, pour les *situations* des maxima ou minima physiques. Toutefois, les mesurages approximatifs effectués par M. Bazin nous fourniront un précieux contrôle de notre formule $c = \frac{1}{2}C$.

» V. Mais reconnaissons que le maximum offert par l'expression de C au voisinage de k_0, dans le cas de la nappe libre, s'étend aux autres cas : ce qui permettra de remplacer encore k par k_0 dans les formules (13 *bis*) et (14), soit que la relation $c = \frac{1}{2}C$ s'applique à égalité des valeurs de k, soit qu'elle ait lieu pour des rapports K des hauteurs h' et h égaux, ou dans toute autre hypothèse voisine.

Les deux équations (13) et (14), différentiées sans faire varier n, donnent respectivement

$$(16)\quad \begin{cases} \dfrac{1}{n^2(1-C)^2}\left(\dfrac{1}{1-C}+n^2-1\right)\dfrac{dC}{dk}=1-n^2k^2(3+2k) & \text{(nappe déprimée)}, \\ \dfrac{1}{(1-C)^2}\dfrac{dC}{dk}=1-n^2k^2(3+2k) & \text{(nappe noyée en dessous)}, \end{cases}$$

» La dérivée de C en k a le signe des seconds membres $1-n^2k^2(3+2k)$, égaux à 1 pour k nul, puis décroissants jusqu'à $-\infty$, et qui, même, sont déjà devenus négatifs pour $k=1$ tant que n^2 excède sa valeur, $\frac{1}{5}$, correspondant à $k_0=1$, ou tant qu'il s'agit de nappes à filets convexes vers le haut aux points où ils traversent la section contractée. La fonction C, nulle pour $k=0$, atteint donc son maximum pour la valeur positive unique, k_1, de k annulant l'expression $1-n^2k^2(3+2k)$.

» Or k_0 est justement voisin de cette valeur k_1, quel que soit n entre les limites à considérer ici. On le sait déjà pour $k_0=0,46854$, où $n^2=1$ et $k_1=\frac{1}{2}$, c'est-à-dire vers le milieu de l'intervalle compris de $k_0=0$ à $k_0=1$; et l'on a d'ailleurs $k_1=k_0$ aux deux limites de cet intervalle, où $k_0^2n^2=\frac{1}{3}$ et $k_0^2n^2=\frac{1}{5}$.

» On peut donc augurer que, dans tout l'intervalle et même un peu au delà, k_0 ne s'éloignera guère de k_1, ou réduira l'expression $1-k^2n^2(3+2k)$ à d'assez petites fractions de sa valeur 1 initiale (correspondant à $k=0$). Voici, en effet, le Tableau de quelques-unes d'entre elles, formé au moyen de celui qui suit la formule (7) et à partir de la limite $k_0=0,275$, au-dessous de laquelle il n'y a pas lieu pratiquement de descendre :

$k_0=$	0,275	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,5	2,
$1-k_0^2n^2(3+2k_0)=$	0,1758	0,1714	0,1511	0,1283	0,1040	0,0788	0,0528	0,0256	0	−0,1345	−0,2686. »

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Gale* (1894, *b*), *faites au grand équatorial de l'observatoire de Bordeaux par MM.* G. Rayet, L. Picart et F. Courty. Note de M. G. Rayet.

Comète Gale (1894, *b*).

Dates 1894.	Étoile.	Temps sidéral de Bordeaux.	Δα comète.	ΔⓅ comète.	Observ.
		h m s	m s	′ ″	
Mai 4...	1	11.42.39,14	−2.56,09	+ 5. 5,55	L. Picart
5...	2	11.38.39,57	−3.33,50	− 2.57,07	G. Rayet
7...	3	11.44.24,83	−2.12,93	− 6.58,86	G. Rayet
12...	4	12.55.41,02	−5.15,22	+13.25,21	G. Rayet
13...	5	12.28.52,06	−5.19,73	−14.51,93	G. Rayet
14...	6	12.21.59,77	−1.18,48	− 2.25,08	F. Courty
21...	7	12.43.48,47	+1.41,43	− 0.45,96	L. Picart
29...	8	12.47.28,08	+3.44,87	− 6. 8,37	L. Picart
31...	9	14.23.39,35	−2. 3,38	− 0. 1,67	G. Rayet

Dates 1894.	Étoile.	Temps sidéral de Bordeaux.	Δα planète.	ΔP planète.	Observ.
		h m s	m s	′ ″	
Juin 2...	10	15.16. 9,39	+4.40,93	+12.42,59	G. Rayet
8...	11	15.18.10,83	+1.32,25	−12.52,08	L. Picart
12...	12	16.38.35,94	−1.54,28	− 2. 0,01	L. Picart
13...	13	15.49.21,09	+1.26,16	− 1.21,44	G. Rayet
19...	14	15.33.53,88	+1.27,11	− 7.34,30	L. Picart
20...	15	15.38.41,73	−2.32,58	−10.18,62	G. Rayet
21...	16	16.16.16,02	−5. 8,90	− 2.31,27	G. Rayet
22...	17	15.32.18,13	−1.14,58	+ 6.35,76	L. Picart
23...	18	17. 7.51,35	+2.39,26	+ 4.14,77	F. Courty
25...	19	17.25.30,45	−3.25,26	+ 5.32,78	F. Courty
26...	20	15.53.46,05	−1.32,53	+ 2. 6,57	F. Courty
28...	21	16. 4.57,86	+2.16,12	− 3.37,57	F. Courty
Juillet 3...	22	16.32.44,69	+1.12,73	− 5.44,05	F. Courty
4...	23	17.13.29,90	−2.49,74	− 0.58,34	G. Rayet
5...	24	17. 2.28,10	−2.13,01	+ 9.16,19	G. Rayet
7...	25	18.57.35,10	−3.15,40	+ 3.25,66	G. Rayet
27...	26	18.17.44,63	+1.25,05	+ 0.52,32	F. Courty
31...	27	18.51.26,49	−2.19,51	− 3.59,34	F. Courty

Positions moyennes des étoiles de comparaison pour 1894,0.

Étoiles.	Catalogue et autorité.	Ascension droite moyenne.	Réduction au jour.	Distance polaire moyenne.	Réduction au jour.
		h m s	s	° ′ ″	″
1..	½[Lalande, 16947. — Paris, 10567]	8.31.13,51	+0,58	93. 8.23,0	+3,02
2..	½[Weisse₁, H. VIII, 1040. — Munich₂, 3520]	8.42. 8,49	+0,67	89.32. 0,2	+2,22
3..	Weisse₁, H. VIII, 1472	8.59.48,85	+0,83	82.45.15,2	+0,55
4..	Bonn, t. VI + 20°, 2379	9.42. 3,08	+1,17	69.27.41,5	−2,48
5..	Weisse₁, H. IX, 984-986	9.48.31,51	+1,24	68. 2.50,6	−2,72
6..	Bonn, t. VI + 24°, 2154	9.50.39,69	+1,25	66. 7.46,3	−3,35
7..	Weisse₂, H. X, 417-418	10.23.22,68	+1,50	57.27. 7,4	−5,12
8..	Weisse₂, H. X, 1007	10.52.32,30	+1,70	52.24. 3,7	−5,73
9..	Weisse₂, H. X, 1216-1217	11. 2.29,80	+1,75	51.26.11,8	−5,65
10..	Weisse₂, H. X, 1194	11. 1.41,22	+1,74	50.28.31,0	−6,07
11..	Weisse₂, H. XI, 336	11.20.22,70	+1,79	49.14. 6,8	−5,82
12..	Weisse₂, H. XI, 602	11.33.19,48	+1,80	48.16. 4,7	−5,85
13..	Weisse₂, H. XI, 562	11,32. 8,32	+1,81	48. 5.15,5	−5,81
14..	Bonn, t. VI + 42°, 2249	11.44.51,46	+1,80	47.26.43,0	−5,62
15..	½[Weisse₂, H. XI, 956. — Paris 14569]	11.50.54,26	+1,82	47.23.46,0	−5,42
16..	Weisse₂, H. XI, 1048	11.55.34,42	+1,83	47.10.37,3	−5,32

Étoiles.	Catalogue et autorité.	Ascension droite moyenne.	Réduction au jour.	Distance polaire moyenne.	Réduction au jour.
		h m s	s	° ′ ″	″
17..	Bonn, t. VI + 43°, 2172	11.53.40,77	+1,81	46.56.35,9	−5,47
18..	Weisse₂, H. XI, 970	11.51.47,73	+1,78	46.54.11,9	−5,55
19..	Weisse₂, H. XI, 1183	12. 1.42,63	+1,81	46.44.57,3	−5,27
20..	Weisse₂, H. XI, 1183	12. 1.42,63	+1,79	46.44.57,3	−5,27
21..	Weisse₂, H. XI, 1183	12. 1.42,63	+1,76	46.44.57,3	−5,26
22..	Weisse₂, H. XII, 198	12.12. 4,76	+1,74	46.36.56,2	−4,95
23..	Bonn, t. VI + 43°, 2215	12.17.59,65	+1,75	46.30.53,0	−4,79
24..	Weisse₂, H. XII, 358	12.19.11,34	+1,75	46.19.31,1	−4,79
25..	Weisse₂, H. XII, 463	12.23.59,09	+1,73	46.23.53,7	−4,63
26..	Bonn, t. VI + 43°, 2285	12.54.23,06	+1,53	46.40.49,0	−3,12
27..	Weisse₂, H. XIII, 40	13. 5. 6,50	+1,51	46.52.36,6	−2,71

Positions apparentes de la comète Gale (1894, *b*).

Dates 1894.	Temps moyen de Bordeaux	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire apparente.	Log fact. parallaxe.
	h m s	h m s		° ′ ″	
Mai 4.....	8.51.45,7	8.28.18,00	$+\bar{1}$,501	93.13.31,6	−0,814
5.....	8.43.50,9	8.38.35,62	$+\bar{1}$,475	89.29. 5,4	−0,796
7.....	8.41.43,4	8.57.36,75	$+\bar{1}$,453	82.38.16,9	−0,748
12.....	9.33. 8,3	9.36.49,03	$+\bar{1}$,535	69.41. 4,2	−0,647
13.....	9. 2.27,9	9.43.13,02	$+\bar{1}$,488	67.47.55,9	−0,600
14.....	8.51.40,8	9.49.22,46	$+\bar{1}$,456	66. 5.17,8	−0,568
21.....	8.45.54,6	10.25. 5,61	$+\bar{1}$,455	57.26.16,4	−0,424
29.....	8.18. 6,3	10.54.18,87	$+\bar{1}$,402	52.17.49,6	−1,182
31.....	9.46.10,0	11. 0.28,17	$+\bar{1}$,621	51.26. 4,4	−0,379
Juin 2.....	10.30.39,4	11. 6.23,89	$+\bar{1}$,686	50.41. 7,5	−0,472
8.....	10. 9. 5,2	11.21.56,72	$+\bar{1}$,680	49. 1. 8,9	−0,412
12.....	11.13.33,5	11.31.27,00	$+\bar{1}$,745	48.13.58,8	−0,564
13.....	10.20.30,8	11.33.36,19	$+\bar{1}$,708	48. 3.48,2	−0,440
19.....	9.41.30,6	11.46.20,37	$+\bar{1}$,683	47.19. 3,1	−0,351
20.....	9.42.21,8	11.48.23,50	$+\bar{1}$,687	47.13.21,9	−0,360
21.....	10.15.54,0	11.50.27,35	$+\bar{1}$,724	47. 8. 0,7	−0,451
22.....	9.28. 7,4	11.52.28,00	$+\bar{1}$,675	47. 3. 6,2	−0,321
23.....	10.59.29,1	11.54.28,77	$+\bar{1}$,753	46.58.21,7	−0,569
25.....	10. 9.23,3	11.58.19,18	$+\bar{1}$,726	46.50.24,9	−0,455
26.....	9.33.48,2	12. 0.11,89	$+\bar{1}$,693	46.46.58,6	−0,354
28.....	9.37. 6,3	12. 4. 0,51	$+\bar{1}$,702	46.41.15,5	−0,381
Juillet 3.....	9.45. 8,8	12.13.19,23	$+\bar{1}$,723	46.31. 7,2	−0,431
4.....	10.21.51,5	12.15.11,66	$+\bar{1}$,753	46.29.49,9	−0,527
5.....	10. 6.25,7	12.17. 0,08	$+\bar{1}$,741	46.28.42,5	−0,497

Dates 1894.	Temps moyen de Bordeaux.	Ascension droite apparente.	Log fact. parallaxe.	Distance polaire apparente.	Log. fact. parallaxe.
	h m s	h m s		° ′ ″	
Juillet 7	11.53.52,1	12.20.45,42	$+\bar{1}$,759	46.27.14,7	−0,719
27	9.55.29,9	12.55.49,64	+1,758	46.41.38,2	−0,585
31	10.13.22,6	13. 2.48,50	$+\bar{1}$,960	46.48.34,5	−0,637

PHOTOMÉTRIE. — *Sur le degré d'incandescence des lampes.* Note de M. A. CROVA.

« Cette détermination peut être faite rigoureusement au moyen d'un spectrophotomètre; pratiquement, on l'obtient avec une précision suffisante par la méthode que j'ai proposée et qui a été recommandée par le Congrès des Électriciens en 1889 ([1]).

» On détermine l'intensité lumineuse par rapport à la carcel, en interposant devant l'œil une cuve contenant le mélange de chlorure de nickel et de perchlorure de fer, dans des proportions qui laissent passer une partie des radiations comprises entre les longueurs d'onde 630*d*, 534 avec un maximum bien accusé à 582; une seconde détermination est faite en plaçant devant l'œil un verre rouge qui transmet les radiations comprises entre l'extrémité rouge du spectre et le voisinage de la raie D; la première détermination donne la valeur en carcels de la source étudiée; le rapport de la première à la seconde donne le degré d'incandescence. J'ai montré ([2]) que, si l'on compare deux lumières de teintes différentes, les intensités totales sont dans le même rapport que les intensités mesurées dans la région du spectre dont la longueur d'onde est 582; aussi est-il très commode et très précis de faire les déterminations photométriques au moyen de la cuve 582; en effet, les deux sources à comparer n'ont pas, en général, les mêmes teintes et, la solution 582 les rendant identiques, la détermination est plus précise; le champ d'un carcel à 1^m est trop intense et l'interposition de la cuve l'affaiblit de manière à mettre très nettement en relief les moindres différences des deux plages lumineuses de l'écran photométrique ([3]).

([1]) *Compte rendu des travaux du Congrès international des Électriciens en* 1889, p. 210; on y trouvera la composition de la solution 582.

([2]) *Comparaisons photométriques des sources lumineuses de teintes différentes* (*Comptes rendus,* t. XCIII, p. 512).

([3]) M. Pellin a construit, sur mes indications, une glissière s'adaptant à tous les photomètres, au moyen de laquelle ces déterminations se font très commodément.

» L'emploi des lampes électriques et des becs intensifs se généralisant de plus en plus, l'application de la méthode que j'ai proposée permet de rechercher facilement les conditions de régime des lampes qui donnent le rendement le plus avantageux.

» Quelques exemples montreront l'utilité de ces déterminations :

» Pour une lampe à arc, le degré d'incandescence a varié de 1,5 à 1,7, le travail électrique absorbé étant respectivement de 1509 à 1660 watts.

» Pour une lampe à incandescence de seize bougies, ce degré a varié de 1,05 à 1,23, selon que la lampe était plus ou moins poussée.

» Pour une lampe Bourbouze à corbeille de platine, le degré d'incandescence, inférieur à l'unité pour de faibles débits, augmente avec la consommation de gaz et d'air comprimé, et atteint, pour un régime suffisant, le degré d'incandescence = 1 qui est celui de la carcel.

» L'étude du bec Auer conduit à des résultats intéressants :

» La puissance photométrique, le degré d'incandescence et la consommation en gaz de l'éclairage du bec Auer que j'ai étudié m'ont conduit aux résultats suivants, pris dans un nombre considérable de déterminations :

Intensités lumineuses	$4^{\text{carcels}}, 42$	$5^{\text{carcels}}, 23$	$5^{\text{carcels}}, 35$
Degrés d'incandescence............	1,30	1,41	1,47
Consommation de gaz à l'heure.....	93^{lit}	105^{lit}	102^{lit}
Consommation par carcel..........	21^{lit}	20^{lit}	19^{lit}

» On voit que la puissance photométrique augmente avec le degré d'incandescence, ce qui est conforme aux principes de l'émission des radiations par les corps incandescents.

» La consommation de gaz par heure augmentant, le degré d'incandescence, faible au début, augmente d'une manière continue, ainsi que la puissance photométrique, jusqu'à une certaine limite au delà de laquelle une partie de plus en plus considérable de gaz brûle inutilement, sans concourir à l'échauffement du tissu de terres réfractaires qui constitue la mèche de ce bec; il est donc avantageux de pousser le bec Auer jusqu'au degré d'incandescence qu'il ne peut plus dépasser quelle que soit la consommation du gaz de l'éclairage.

» Des études analogues peuvent être faites sur les divers systèmes de becs intensifs, et donner des indications précises sur le meilleur régime à leur donner.

» Il en est tout autrement pour le gaz de l'éclairage brûlant dans un bec Bengel ordinaire :

» En effet, dans le bec Auer et les becs similaires, la quantité de ma-

tière réfractaire contenue dans la lampe est constante, et le rendement maximum correspond à la température la plus élevée qu'elle peut atteindre dans un bec Bunsen. Dans le bec Bengel, au contraire, une partie du gaz est brûlée extérieurement et intérieurement à la masse cylindrique de gaz qui s'échappe par la couronne de trous, sans dépôt de carbone, avec production d'une flamme bleuâtre, négligeable au point de vue photométrique; la haute température produite par cette combustion sans lumière utile porte à l'incandescence les molécules de carbone dissociées des carbures d'hydrogène contenues dans la masse de gaz comprise entre les deux surfaces de combustion, et qui sont la véritable source de lumière, comme le montre l'étude photographique que j'ai faite ([1]).

» La quantité de carbone incandescent qui émet la lumière est une fraction du carbone total contenu dans le gaz en combustion, d'autant plus petite que la flamme est plus basse; si celle-ci atteint des dimensions suffisamment faibles, tout le gaz brûle bleu, sans produire de lumière utile.

» Le débit du bec augmentant, la quantité relative de carbone dissocié augmente; le degré d'incandescence diminue légèrement, et le rendement lumineux augmente rapidement jusqu'à un maximum qui correspond au moment où la flamme devient fuligineuse.

» On obtient un résultat analogue avec l'étalon Carcel dont on fait varier le débit en élevant plus ou moins la mèche.

» Avec un bec Bengel dont j'ai fait usage, j'ai obtenu les résultats suivants :

Intensités lumineuses.	Consommation de gaz à l'heure.	par carcel.
carcel	lit	lit
0,2	56	280
0,4	78	195
0,6	95	158
0,8	108	135
1,0	120	120
1,2	131	109

» Au delà de 131 litres à l'heure, la flamme devient fuligineuse.

» Il résulte des considérations précédentes :

» 1° Qu'en faisant croître, dans un même bec à hydrocarbures, la

---

([1]) *Étude photométrique de quelques sources lumineuses* (*Comptes rendus*, t. LXVI, p. 1343).

quantité de combustible brûlé par heure, le rendement lumineux augmente, mais le degré d'incandescence diminue légèrement, jusqu'à un rendement maximum qu'on ne doit pas dépasser;

» 2° Que, pour les lampes dans lesquelles la substance réfractaire portée à l'incandescence a une valeur fixe et indépendante de la consommation du combustible, le maximum de rendement correspond à la quantité minima de combustible que l'on doit brûler pour obtenir le degré d'incandescence maximum. »

RAPPORTS.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Rapport sur un Mémoire de M.* Stieltjes, *intitulé « Recherches sur les fractions continues ».*

(Commissaires : MM. Hermite, Jordan, Darboux, Picard, Appell; Poincaré, rapporteur.)

« On sait quels services les fractions continues arithmétiques ont rendus dans les recherches sur les nombres, et depuis longtemps il était permis d'espérer que les propriétés des fractions continues algébriques pourraient utilement s'appliquer dans la théorie de la représentation des fonctions.

» Cependant ce champ de recherches est resté jusqu'ici presque inexploré; sans doute si le sujet tentait les géomètres par son importance, il les rebutait par sa difficulté. Nos regrettés confrères, Laguerre et Halphen, n'ont abordé que des cas particuliers et dans cette étude ils ont rencontré des obstacles dont ils n'ont triomphé qu'en faisant appel à toutes les ressources d'une habileté consommée.

» Le Mémoire de M. Stieltjes nous apporte, dans un cas fort étendu, la solution de toutes les questions relatives à la convergence de ces expressions analytiques.

» Les fractions continues considérées par le savant professeur de Toulouse sont telles que les quotients incomplets sont alternativement de la forme

$$a_{2n+1}z \quad \text{et} \quad a_{2n},$$

les a_i étant réels et positifs.

» Le résultat final, si caché qu'il soit, peut s'énoncer de la manière la plus simple.

» Si la série Σa_n converge, la fraction est oscillante; les réduites de rang pair tendent vers une limite déterminée; il en est de même de celles de rang impair, mais ces deux limites ne sont pas les mêmes.

» Les numérateurs et les dénominateurs des réduites de rang pair ou impair ont respectivement pour limites quatre fonctions parfaitement déterminées, holomorphes dans tout le plan, qui sont de genre zéro et dont tous les zéros sont réels et négatifs.

» La limite des réduites de rang pair (de même que celle des réduites de rang impair) est une fonction méromorphe dans tout le plan, décomposable en une série de fractions simples.

» Si, au contraire, la série Σa_n diverge, la fraction continue est convergente et la limite est une fonction $F(x)$ qui présente comme coupure la partie négative de l'axe des quantités réelles et qui est holomorphe dans tout le reste du plan. Cette coupure est, en général, naturelle, mais elle peut être artificielle.

» Cette fonction $F(x)$ peut être représentée par une intégrale définie qui, dans certains cas, se réduit à une série de fractions simples.

» Les fonctions étudiées par M. Stieltjes sont ainsi susceptibles de divers modes de représentation, tant par des fractions continues de différentes formes que par des séries de puissances croissantes ou décroissantes, par des séries de fractions simples, ou par des intégrales définies.

» L'auteur indique le moyen de passer d'un de ces développements à un autre et d'étudier les conditions de leur convergence.

» Cette intégrale définie peut recevoir une interprétation très simple. La partie réelle et la partie imaginaire de $F(x)$ peuvent être regardées comme les composantes de l'attraction dues à des masses positives distribuées d'une certaine façon le long d'une droite. L'attraction est supposée s'exercer en raison inverse de la distance. En général, ces masses forment une ligne attirante continue, mais elles sont isolées dans les cas particuliers où l'intégrale se réduit à une série de fractions simples.

» Le problème qui consiste à trouver la distribution de ces masses quand on connaît le développement de $F(z)$ suivant les puissances décroissantes de z a été longuement traité par M. Stieltjes qui lui a donné le nom de *problème des moments*.

» Il ne comporte qu'une solution si la fraction continue est convergente (pourvu que l'on suppose toutes les masses positives; il n'en serait plus de même si l'on ne les assujettissait pas à cette condition); il en admet une infinité si cette fraction est oscillante.

» Le développement de $F(z)$, suivant les puissances décroissantes de z, est souvent divergent; il n'a plus alors qu'une valeur formelle et ne peut représenter la fonction qu'asymptotiquement. Le premier exemple de ce fait est la célèbre série de Stirling qui donne une expression approchée du produit des n premiers nombres quand n est très grand; et depuis on s'est retrouvé plusieurs fois en face des mêmes circonstances dans l'étude de la Mécanique céleste, et c'est pour cette raison que les séries qui représentent les coordonnées des astres sont divergentes et peuvent néanmoins être employées par les astronomes.

» Mais les fractions continues correspondantes peuvent être convergentes, et c'est ce que M. Stieltjes montre pour plusieurs exemples, entre autres, pour la série de Stirling et pour une série tout à fait semblable à celles de la Mécanique céleste. C'est là un fait important dont l'Astronomie pourra sans doute profiter.

» Si j'ajoute qu'il y a une remarquable analogie entre ces fonctions et quelques-unes de celles que l'on rencontre en Physique mathématique, on verra que la découverte de M. Stieltjes nous donne l'espoir de conquêtes nouvelles dans le domaine des Mathématiques appliquées.

» L'Analyse pure, en tout cas, en bénéficie largement dès aujourd'hui, non seulement par les conclusions que je viens de résumer, mais par divers théorèmes que l'auteur démontre chemin faisant et qui se rapportent à la théorie générale des fonctions et à celle des ensembles.

» Le travail de M. Stieltjes est donc un des plus remarquables Mémoires d'Analyse qui aient été écrits dans ces dernières années; il s'ajoute à beaucoup d'autres qui ont placé leur auteur à un rang éminent dans la Science de notre époque. La plus grande clarté et l'élégance de la forme analytique qu'on remarque dans le Mémoire dont nous venons de rendre compte se joignent au talent de l'invention dans toutes les recherches qui ont pour objet d'importantes et difficiles questions, comme la variation de la densité à l'intérieur de la Terre, les séries semi-convergentes, la théorie des polynomes de Legendre, de la fonction Γ, etc. La Commission a l'honneur de proposer à l'Académie d'accorder à M. Stieltjes le plus haut témoignage de son approbation en ordonnant l'insertion de son Mémoire « Sur » les fractions continues » dans le *Recueil des Savants étrangers*, et elle émet le vœu qu'un prix puisse lui être accordé sur la fondation Lecomte. »

Les conclusions de ce Rapport sont mises aux voix et adoptées.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **Is. Jacq** adresse une Note relative aux collisions en mer.

(Renvoi à la Section de Navigation.)

M. **E. Fournier** adresse une Note relative à la direction des ballons.

(Renvoi à la Commission des aérostats.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de la Guerre** invite l'Académie à lui désigner deux de ses Membres pour faire partie du Conseil de perfectionnement de l'École Polytechnique pendant l'année scolaire 1894-1895.

M. **A. de Lapparent** prie l'Académie de vouloir bien le comprendre parmi les candidats à la place laissée vacante, dans la Section de Minéralogie, par le décès de M. *Mallard*.

(Renvoi à la Section de Minéralogie.)

ASTRONOMIE. — *Disparition de la tache polaire australe de Mars.* Note de M. **G. Bigourdan**, communiquée par M. Tisserand.

« La tache polaire australe de Mars, facilement visible jusqu'à ces derniers jours, vient de disparaître, car le 13 octobre 1894, par de très belles images, on en soupçonnait à peine les dernières traces, avec l'équatorial de la tour de l'ouest de l'Observatoire de Paris.

» Mesurée le 4 octobre, cette tache avait encore 1",2 de diamètre, ce qui, sur la surface de Mars, répondait alors à 300^{km}, et le 10 octobre il a été possible de mesurer sans peine son angle de position.

» Voici d'ailleurs les valeurs individuelles obtenues pour cet angle de position p, mises en parallèle avec la longitude aréographique ω du centre de la planète au moment de chaque observation, et de l'angle de position P

de l'axe de rotation; ces deux derniers éléments sont tirés des éphémérides de M. Marth.

	Temps moy. Paris.	p.	P.	ω.	Remarques.
	h m	°	°	°	
1894. Octobre, 9.......	10.37	139,4	143,7	293,0	Im. médiocres.
» 9.......	10.38	137,7	143,7	293,3	Id.
» 9.......	10.45	138,9	143,7	293,4	Id.
» 9.......	10.47	138,2	143,7	293,4	Id.
» 9.......	10.49	139,6	143,7	293,4	Id.
» 9.......	10.56	139,2	143,7	293,5	Id.
» 10.......	10.10	138,4	143,7	284,2	Im. médiocres; obs. coupées par les nuages.
» 10.......	10.17	137,7	143,7	284,3	

» La position de l'axe de rotation de la planète est assez bien connue pour que l'erreur de P soit très faible; la tache n'était donc pas exactement centrée sur l'axe de rotation de la planète, fait qui a été assez souvent observé. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Premières observations pendulaires dans les Alpes du Dauphiné*. Note de M. J. COLLET, présentée par M. Tisserand.

« Les travaux du commandant Defforges sur les anomalies que présente la pesanteur à la surface de la Terre ont définitivement établi que, sur les continents, il se manifeste un défaut de gravité, croissant avec l'altitude moyenne et avec la distance à la mer. Dès lors, un grand massif montagneux étant donné, on peut se proposer de rechercher comment le déficit de la pesanteur s'y distribue, quelles relations il présente avec les accidents locaux topographiques ou géologiques, et quel est le périmètre de la région où il se manifeste.

» C'est le problème dont, depuis plusieurs années, je me suis proposé d'aborder la résolution en ce qui concerne les Alpes, ou mieux, l'ensemble des massifs montagneux du sud-est de la France.

» Grâce au concours obligeant que j'ai trouvé auprès de l'administration de la Guerre, un *pendule réversible inversable* (Huetz, n° 3), tous ses accessoires et les appareils de coïncidence ont pu être construits, sous la surveillance immédiate du commandant Defforges qui a créé ces appareils, dans les ateliers mêmes du Service géographique de l'armée. Aussi, à l'aide d'un crédit qui m'a été ouvert au Ministère de l'Instruction pu-

blique, ai-je pu commencer, dès les vacances de 1893, mes expériences que j'ai continuées depuis en y consacrant successivement tous les loisirs dont j'ai pu disposer.

» J'ai scrupuleusement suivi, dans ses moindres détails, la méthode du commandant Defforges [1] pour les *déterminations relatives* de la pesanteur, en prenant pour point de départ l'Observatoire de Paris, où l'on a

$$g = 9,81000.$$

» Quant au plan de mes recherches, je me suis d'abord proposé d'étudier la pesanteur à travers les Alpes et le Plateau Central, en suivant le parallèle moyen de 45° qui traverse le massif du Pelvoux. Comme premier jalon, le long de ce parallèle, j'ai choisi Bordeaux, Aurillac, Valence, Grenoble, La Bérarde, cette dernière station étant située à 1738^{m} d'altitude, au centre même du massif du Pelvoux.

» En 1893, j'ai fait les stations de Valence et de La Bérarde; à Pâques 1894, celle de Grenoble, et, l'an dernier, celles d'Aurillac et de Bordeaux.

» D'autre part, pour relier mes observations à celles du Service géographique, une opération de départ a été faite à l'Observatoire de Paris. Enfin, au mois de janvier dernier, j'ai fait une semblable opération à l'observatoire de Marseille, pour obtenir une vérification de mes mesures. Au même lieu, en effet, une détermination de la gravité avait antérieurement été faite par le commandant Defforges, et la différence des valeurs obtenues a été inférieure à 0,0001. Cette concordance très satisfaisante est une preuve de la sûreté de la méthode.

---

(1) Cette méthode présente un précieux criterium.

Si l'on appelle T la moyenne des quatre durées d'oscillations, le poids lourd en bas, T' la moyenne analogue quand le poids lourd est en haut, toutes ces durées étant d'abord réduites au vide, aux amplitudes infiniment petites et à une même température θ, et corrigées encore de l'oscillation du support, le commandant Defforges a démontré que pour un même pendule, en tous lieux, la différence $T - T'$ ne dépend que de la température, et satisfait à l'équation $T - T' = A + B\theta$, A et B étant des constantes à déterminer pour chaque pendule.

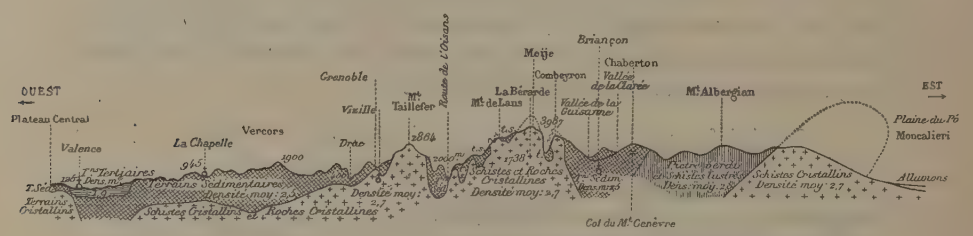
Non seulement cette formule fournit, dans chaque station, un criterium de la bonté des opérations; mais elle peut encore suppléer à une détermination douteuse de T ou de T'.

La durée théorique τ de l'oscillation infiniment petite, dans le vide, du pendule simple dont la longueur serait la distance de deux couteaux à la température θ est alors donnée par $\tau = T + \frac{h'}{h - h'}(T - T')$, où h et h' sont les distances des arêtes des couteaux au centre de gravité du pendule.

» Le Tableau suivant donne les résultats de mes opérations dans les cinq stations pour lesquelles les réductions sont actuellement terminées.

	T.	T — T'.	τ.	θ.	τ à 15°.	g.
Paris........	0,7112112	1032	0,7113647	17°,28	0,7113499	9,81000
Valence.....	3752	1019	5267	20,59	4903	9,80613
Grenoble...	3525	1041	5073	14,64	5093	9,80561
La Bérarde.	5064	1030	6596	17,59	6428	9,80193
Marseille...	3497	1049	5057	12,62	5212	9,80527

» Pour la réduction au niveau de la mer, j'ai employé les densités moyennes des couches sous-jacentes, telles qu'elles résultent des travaux les plus récents sur la constitution géologique des Alpes.



Coupe théorique des Alpes, suivant le parallèle du Pelvoux, d'après MM. Kilian et Termier.

» Dans le Tableau qui suit, en regard des valeurs obtenues pour la gravité g_0 au niveau de la mer, j'ai placé les valeurs théoriques correspondantes g_1, calculées à l'aide de la formule

$$g_1 = 9,78124(1 + 0,005243 \sin^2 \varphi).$$

	Altitude.	Latitude φ.	Densité.	g_0.	g_1.	$g_0 - g_1$.
Paris.........	60	48°.50'	2	9,81013	9,81030	— 0,00017
Valence......	125	44.56	1,9	9,80640	9,80682	— 0,00042
Grenoble.....	210	45.11	2,6	9,80603	9,80705	— 0,00102
La Bérarde...	1738	44.56	2,7	9,80530	9,80682	— 0,00152
Marseille.....	61	43.18	2,6	9,80539	9,80536	+ 0,00003

» L'examen de ce Tableau montre combien est sensible, le long du parallèle moyen, le déficit de la pesanteur en allant, suivant des altitudes croissantes, de Valence à La Bérarde. A la vérité, dans cette dernière station, il y a lieu de tenir compte de l'attraction topographique qui tend à diminuer la pesanteur apparente. La Bérarde est, en effet, au centre d'un cirque de montagnes d'une masse considérable, s'élevant jusqu'à 4100m, et ne s'abaissant nulle part, dans les lignes de crêtes, au-dessous de 3000m.

Des calculs très laborieux, qui n'ont pu être conduits à bonne fin que grâce à une connaissance complète de tout le massif, m'ont fourni, pour la correction considérée, le nombre 0,00025, ce qui donne réellement à La Bérarde, pour la pesanteur réduite au niveau de la mer, $g_0 = 9,80575$. Le déficit de la pesanteur en ce point est donc réduit à 0,00127, ce qui est encore considérable.

» Tels sont les premiers résultats de mes expériences. Ceux qui se rapportent aux stations de Bordeaux et d'Aurillac pourront être donnés prochainement, et l'ensemble fournira déjà une vue générale assez complète des variations de la pesanteur, le long du parallèle moyen, de l'Océan au centre des Alpes. »

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Sur les transformations infinitésimales des trajectoires des systèmes*. Note de M. **Paul Painlevé**, présentée par M. Picard.

« Dans une Communication faite en mai 1893 à la Société des Sciences de Leipzig et dans une Note récente (*Comptes rendus*, 17 septembre 1894), M. P. Stœckel a indiqué quelques propositions intéressantes concernant les transformations infinitésimales des mouvements d'un système. Je voudrais rappeler ici les résultats que j'ai publiés antérieurement (*Comptes rendus*, 3 janvier 1893) et qui comprennent ceux de M. Stœckel comme cas très particuliers.

» Soit (A) un système d'équations de Lagrange

$$\text{(A)} \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial q'_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i(q_1, \ldots, q_n) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

où

$$T \equiv \sum_{i,j} A_{ij}(q_1, \ldots, q_n) q'_i q'_j.$$

» Comme conséquences de travaux antérieurs sur les systèmes (A) *correspondants*, j'ai indiqué, dans la Note en question, une classification *des transformations* $q_i = \varphi_i(r_1, \ldots, r_n)$ *qui conservent les trajectoires d'un système* (A). J'ai démontré notamment les propositions suivantes :

» *Les seules transformations conformes des trajectoires en elles-mêmes sont celles qui changent* T *en* CT *et* Q_i *en* αQ_i (C, α *étant des constantes*), *ou bien* T

en $(\alpha U + \beta) T$ *et* U *en* $\frac{\gamma U + \delta}{\alpha U + \beta}$ (s'il existe une fonction de forces U). *Ces transformations sont aussi les seules qui (la fonction* U *n'étant pas une constante) transforment un faisceau naturel quelconque* [1] $h = h_0$ *de trajectoires en un faisceau naturel* $h = h'_0$.

» Les valeurs h_0 et h'_0 se correspondent d'ailleurs homographiquement :

$$h_0 = \frac{\delta + \beta h'_0}{\gamma + \alpha h'_0}.$$

» *Pour que chaque faisceau naturel se transforme en lui-même, il faut et il suffit que* U *se conserve dans la transformation et que* T *se change en* CT (C désignant une constante). Cette dernière proposition constitue précisément le théorème de M. Stœckel. J'ajoute que, dans ces conditions, le mouvement n'est pas à proprement conservé sur chaque faisceau naturel; on passe du premier mouvement au mouvement transformé *en changeant* t *en* $\sqrt{C}\,t$; *pour que le mouvement soit rigoureusement conservé, il faut que la transformation laisse invariants, à la fois,* T *et* U.

» Tous les systèmes (A), qui admettent une transformation infinitésimale *conforme*, peuvent, moyennant un choix convenable des variables q_i, être ramenés à une des formes suivantes :

» 1° Si U n'existe pas,

$$T = e^{\lambda q_1} \sum_{i,j} A_{ij}(q_2, \ldots, q_n)\, q'_i q'_j, \qquad Q_i = e^{\mu q_1} P_i(q_2, \ldots, q_n)$$

(λ, μ étant des constantes);

» 2° Si U existe,

I $$T = [e^{\mu q_1} - \psi(q_2, \ldots, q_n)]\, e^{\lambda q_1} \sum_{i,j} A_{ij}(q_2, \ldots, q_n)\, q'_i q'_j,$$

$$U = \frac{b e^{\mu q_1} - a\psi(q_2, \ldots, q_n)}{e^{\mu q_1} - \psi(q_2, \ldots, q_n)}.$$

II $$T = [\mu q_1 + \psi(q_2, \ldots, q_n)]\, e^{\lambda q_1} \sum_{i,j} A_{ij}(q_2, \ldots, q_n)\, q'_i q'_j,$$

$$U = a + \frac{1}{\mu q_1 + \psi(q_2, \ldots, q_n)}.$$

---

[1] J'appelle faisceau *naturel* de trajectoires tout faisceau à $2n - 2$ paramètres qui correspond à une valeur donnée $h = h_0$ de la constante de l'intégrale des forces vives.

III $\quad T = e^{\lambda q_1} \Sigma A_{ij}(q_2, \ldots, q_n) q'_i q'_j,$

$\quad U = a + e^{\mu q_1} \psi(q_2, \ldots, q_n).$

IV $\quad T = e^{\lambda q_1} \Sigma A_{ij}(q_2, \ldots, q_n) q'_i q'_j,$

$\quad U = \mu q_1 + \psi(q_2, \ldots, q_n).$

V $\quad T = e^{\lambda q_1} \Sigma A_{ij}(q_2, \ldots, q_n) q'_i q'_j,$

$\quad U = \psi(q_2, \ldots, q_n).$

» Observons que la transformation de M. Darboux permet de substituer à un quelconque de ces systèmes un des systèmes des *deux* types suivants :

$$T = e^{\lambda q_1} T_1(q_2, \ldots, q_n, q'_1, \ldots, q'_n), \qquad U = e^{\mu q_1} \psi(q_2, \ldots, q_n),$$

ou

$$T = e^{\lambda q_1} T_1(q_2, \ldots, q_n, q'_1, \ldots, q'_n), \qquad U = \mu q_1 + \psi(q_2, \ldots, q_n).$$

» Pour que le nouveau mouvement se déduise du premier en multipliant t par une constante, il faut qu'on se trouve ou dans le cas 1°, ou dans les cas III, IV et V de 2°. Pour que le mouvement soit *conservé*, il faut de plus que $\lambda = \mu$ dans le cas 1° et dans le cas III de 2°, ou que λ soit nul dans les cas IV et V de 2°.

» Enfin, pour que les faisceaux naturels se conservent dans la transformation, il faut que le type soit le type V de 2° : c'est le type formé par M. Stœckel.

» Les résultats indiqués dans ma Note du 3 janvier 1893 permettent d'ailleurs d'énumérer tous les types de systèmes (A), dont les trajectoires admettent au moins une transformation infinitésimale. La véritable difficulté consiste à distinguer parmi ces systèmes ceux qui admettent *d'autres* transformations infinitésimales, autrement dit *à former tous les groupes de transformations des trajectoires et les systèmes* (A) *qui s'y rattachent*. On trouvera cette discussion entièrement effectuée pour le cas de deux paramètres et faite partiellement pour le cas de trois paramètres dans un Mémoire qui paraîtra prochainement. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la réduction de la structure d'un groupe à sa forme canonique*. Note de M. **E. Cartan**, présentée par M. Picard.

« Lorsqu'on a à intégrer un système d'équations linéaires aux dérivées partielles du premier ordre qui admet un certain ensemble de transforma-

tions dépendant de paramètres arbitraires, ou, pour traiter un problème plus précis auquel la méthode d'intégration de M. Lie ramène toujours le précédent, lorsqu'on a à intégrer une équation linéaire aux dérivées partielles du premier ordre à $n+1$ variables $x, x_1, x_2, \ldots, x_n$, admettant un groupe fini et continu G, simplement transitif, en $x_1, x_2, \ldots, x_n$, dont on connaît les équations finies, on réduit le problème, en suivant la méthode de M. Lie, à l'établissement d'un certain nombre d'équations auxiliaires *irréductibles*, à groupes *simples* et qui rentrent toutes dans un certain nombre de types connus. Ce dernier fait, qu'on sait d'avance sur quels types d'équations auxiliaires on tombera, est dû à ce qu'on connaît toutes les structures des groupes simples et, correspondant à chacune de ces structures, un groupe effectif échangeant entre elles le moindre nombre possible de variables ([1]).

» Mais, pour arriver à l'établissement de ces équations auxiliaires, il faut, abstraction faite de quelques opérations dont la nature n'est pas susceptible d'être précisée, résoudre les problèmes suivants :

» 1° *Décomposer un groupe donné G en une série normale de sous-groupes*

$$G, G_1, G_2, \ldots, G_p,$$

chacun des groupes de cette série étant un sous-groupe invariant de celui qui le précède immédiatement, et le dernier G_p se réduisant à la transformation identique ;

» 2° *Étant donné un groupe simple, réduire la structure de ce groupe à sa forme canonique.*

» Si le groupe G est un groupe engendré par des transformations infinitésimales connues et qu'on connaisse les *constantes de structure* de ce groupe, le premier problème trouve sa solution dans les recherches que j'ai exposées dernièrement dans ma Thèse sur la structure des groupes ([2]).

» J'ai déjà montré, dans cette Thèse, comment on peut se débarrasser immédiatement du plus grand sous-groupe invariant intégrable et être ramené au cas d'un groupe *semi-simple,* c'est-à-dire formé de sous-groupes invariants simples. Je me suis aperçu depuis que, dans ce dernier cas, on peut toujours, par des opérations *rationnelles,* reconnaître combien il y a

([1]) Les résultats de mes recherches sur ce sujet n'ont pas encore été publiés.

([2]) *Sur la structure des groupes de transformations finis et continus.* Paris, Nony; 1894.

de ces sous-groupes invariants simples et à quels types ils appartiennent. On peut, de plus, les séparer les uns des autres par des opérations purement *rationnelles;* toutefois, si plusieurs de ces sous-groupes simples, n par exemple, appartiennent au même type, leur séparation exige la résolution d'une équation algébrique de degré n dont les coefficients sont des fonctions entières à coefficients entiers des constantes de structure; on ne sait, d'ailleurs, rien de plus *a priori* sur cette équation.

» Quant au second problème, il se ramène également à la résolution d'une équation algébrique dont les coefficients sont des fonctions entières à coefficients entiers des constantes de structure; mais on connaît le *groupe* de cette équation. Voici, pour chaque groupe simple, à quels résultats je suis arrivé.

» Pour les groupes simples de rang l du type A), c'est-à-dire isomorphes au groupe projectif général de l'espace à l dimensions, on a une équation de degré $l(l+1)$ qui se ramène à une équation, d'ailleurs quelconque, de degré $l+1$, et à l'extraction d'une racine carrée.

» Pour les groupes simples de rang l et de l'un des types B), C) ou D), c'est-à-dire isomorphes aux groupes projectifs d'une surface du second degré dans l'espace à $2l$ et $2l-1$ dimensions, ou au groupe projectif d'un complexe linéaire dans l'espace à $2l-1$ dimensions, on a une équation de degré $2l^2$ dans les deux premiers cas, $2l(l-1)$ dans le troisième, qui se ramène à une équation de degré l et à l extractions de racines carrées ([1]).

» Pour le groupe simple spécial d'ordre 14 et de rang 2, on a une équation de degré 12 qui se ramène à une équation du troisième degré et à trois extractions de racines carrées.

» Pour le groupe simple spécial d'ordre 52 et de rang 4, on a une équation de degré 48 qui se ramène à une équation du troisième degré, une équation du quatrième degré et trois extractions de racines carrées.

» Pour le groupe simple spécial d'ordre 78 et de rang 6, on a une équation de degré 72 qui se ramène à l'extraction d'une racine carrée et à une équation du 27e degré admettant un groupe de substitutions d'ordre 51840; ce groupe admet un seul groupe invariant d'ordre moitié moindre, et qui est *simple*.

» Pour le groupe simple spécial d'ordre 133 et de rang 7, on a une équation de degré 126 qui se ramène à une équation du 56e degré dont le

([1]) Toutefois, dans le cas d'un groupe simple du type B) et de rang 4, il faut encore résoudre une équation du troisième degré.

groupe de substitutions est d'ordre 2903040; ce groupe admet un seul sous-groupe invariant d'ordre moitié moindre et qui est *simple*.

» Enfin, pour le groupe simple spécial d'ordre 248 et de rang 8, on a une équation de degré 240 dont le groupe de substitutions est d'ordre 696729600; ce groupe admet encore un seul sous-groupe invariant d'ordre moitié moindre et qui est *simple*.

» Ces trois derniers groupes *simples* de substitutions n'ont pas encore, que je sache, été signalés; leur étude, surtout celle du premier, mériterait peut-être d'être entreprise. »

PHYSIQUE. — *Recherches expérimentales sur la congélation de l'acide sulfurique à différents degrés de concentration.* Note de M. **Raoul Pictet.**

« Pour vérifier la loi générale que j'ai énoncée à la suite d'hypothèses sur la nature des phénomènes chimiques, loi d'après laquelle toutes les réactions chimiques doivent s'éteindre à basse température, j'ai été amené à rechercher la composition des acides énergiques conservant l'*état liquide* à de très basses températures. J'ai d'abord étudié l'acide sulfurique.

» La courbe ci-contre représente l'ensemble des résultats, qui me paraissent des plus dignes d'intérêt. Disons d'abord quelques mots des méthodes expérimentales employées.

» J'ai fait quatre séries d'observations indépendantes les unes des autres, et cela après avoir préalablement constaté les sauts remarquables que faisait la courbe fournie par quelques constatations préliminaires.

» *Première série.* — Nous prenons de l'acide sulfurique chimiquement pur et monohydraté SO^4H^2. Nous le congelons. Lorsque la moitié du liquide est solidifiée, nous décantons par le moyen du vide et d'appareils de verre très propres et secs, et nous titrons successivement la teneur en eau des cristaux dégelés et de la partie restée liquide.

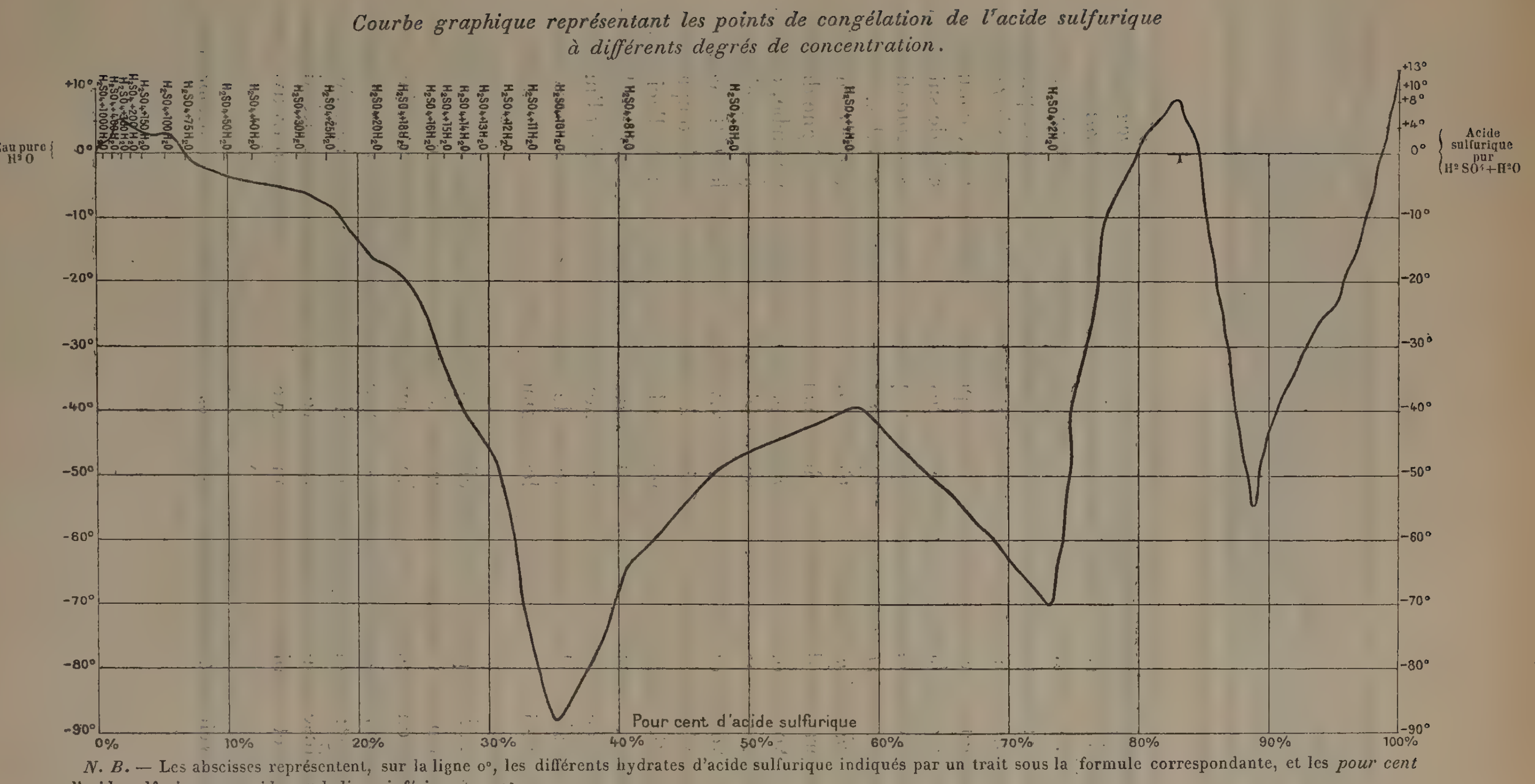
» Nous prenons ensuite une seconde quantité d'acide sulfurique monohydraté, nous y ajoutons 1 molécule d'eau H^2O et nous répétons l'opération comme précédemment.

» Nous refaisons l'expérience en conservant la même disposition, jusqu'à ce que nous ayons ajouté 75 molécules d'eau; à partir de ce nombre, nous ajoutons chaque fois une plus grande somme d'eau, jusqu'à l'eau pure.

» Nous opérons sur $1^{lit},5$ environ chaque fois.

» Nous prenons de l'acide sulfurique neuf chaque fois, pour éviter les erreurs dues au transvasage, à l'humidité de l'air, etc., qui pourraient altérer la proportion initiale.

Courbe graphique représentant les points de congélation de l'acide sulfurique à différents degrés de concentration.



N. B. — Les abscisses représentent, sur la ligne 0°, les différents hydrates d'acide sulfurique indiqués par un trait sous la formule correspondante, et les *pour cent* d'acide sulfurique en poids sur la ligne inférieure —90°.

Les ordonnées sont les températures centigrades des points de congélation.

» *Deuxième série.* — Nous opérons exactement comme précédemment; seulement nous commençons par l'eau pure et nous y introduisons 1, puis 2, puis *n* molécules de SO^4H^2 successivement; cette courbe est la vérification de la première.

» *Troisième série.* — Nous prenons de l'acide sulfurique pur SO^4H^2 et nous faisons cent mélanges successifs, allant de 1 jusqu'à 100 centièmes d'eau en poids.

» *Quatrième série.* — Cette quatrième série est identique à la troisième, avec cette différence que nous débutons par l'eau pure.

» Ces quatre séries sont reproduites sur une même courbe; nous avons pu croire d'abord à de grandes erreurs d'expérimentation, *trouvant souvent jusqu'à* 8° et 10° *d'écarts pour des titrages d'acide sulfurique identiques.*

» Les anomalies apparentes dans la cristallisation du chloroforme et l'étude plus approfondie des lois de cristallisation ([1]) à basses températures nous ont appris qu'il faut opérer la congélation *d'une façon lente* et en maintenant l'enceinte froide à la température la plus élevée, compatible avec la congélation des liqueurs traitées. Une fois cette méthode suivie, et les expériences organisées d'après ce principe, toutes les anomalies ont disparu et les quatre séries ont parfaitement concordé entre elles.

» *Discussion de la courbe.* — Comme on le voit sur la figure, la courbe des températures de cristallisation des mélanges *coupe cinq fois* la ligne du zéro.

» Nous avons fait, dans le *voisinage des sommets* de la courbe, de très nombreuses expériences, en serrant de très près le titrage des mélanges.

» Nous avons ainsi trouvé une *vérification chimique* de cette courbe. Toutes les fois que nous analysions la partie congelée, en la comparant à la partie liquide, nous trouvions que le liquide contenait plus d'acide sulfurique, lorsque le titrage du mélange tombait sur les portions descendantes de la courbe; sur les parties montantes de la courbe, c'est l'inverse, le cristal est plus riche en acide que le liquide. Aux sommets, nous avons toujours trouvé l'égalité, que les sommets soient au-dessous ou au-dessus de zéro.

» La brusquerie avec laquelle la courbe monte et descend à certaines places nous a conduit à rechercher s'il existe une relation entre les formules chimiques et ces maxima; nous n'avons rien trouvé. Ainsi, par exemple, l'acide à 88,88 pour 100, ayant une densité de 1,813, se congèle à — 55°; l'acide à 84,48, ayant 2 molécules d'eau et une densité de 1,777 cristallise à + 3°,5; ajoutons encore un peu d'eau, la densité devient 1,771 et le point de congélation s'élève à + 5°. Le minimum trouvé pour

---

([1]) Voir les *Comptes rendus* des séances du 30 mai 1892 et du 1er octobre 1894.

la cristallisation de l'acide sulfurique — 88° correspond bien cependant à un hydrate défini $SO^4H^2 + 10H^2O$.

» Comme complément à la courbe, nous donnons ci-dessous un Tableau numérique, contenant la *désignation des hydrates*, le *pour cent* d'acide sulfurique, la *densité* du liquide et la *température de congélation* (¹).

Formule.	Pour 100 SO^4H^2.	Densité.	Point de congélation.	
SO^4H^2 pur	100	1,842	+10,5	Entre deux, une chute de température à —55° pour l'acide à 88,88 pour 100.
$SO^4H^2 + H^2O$..	84,48	1,777	+ 3,5	
$SO^4H^2 + 2H^2O$..	73,08	1,650	—70	
$SO^4H^2 + 4H^2O$..	57,65	1,476	—40	
$SO^4H^2 + 6H^2O$..	47,57	1,376	—50	
$SO^4H^2 + 8H^2O$..	40,50	1,311	—65	Cette partie de la courbe a été étudiée de dixième en dixième de molécule d'eau.
$SO^4H^2 + 10H^2O$..	35,25	1,268	—88	
$SO^4H^2 + 11H^2O$..	33,11	1,249	—75	
$SO^4H^2 + 12H^2O$..	31,21	1,233	—55	
$SO^4H^2 + 13H^2O$..	29,52	1,219	—45	
$SO^4H^2 + 14H^2O$..	28,00	1,207	—40	
$SO^4H^2 + 15H^2O$..	26,63	1,196	—34	
$SO^4H^2 + 16H^2O$..	25,39	1,187	—26,5	
$SO^4H^2 + 18H^2O$..	23,22	1,170	—19	
$SO^4H^2 + 20H^2O$..	21,40	1,157	—17	
$SO^4H^2 + 25H^2O$..	17,88	1,129	— 8,5	
$SO^4H^2 + 50H^2O$..	9,82	1,067	— 3,5	
$SO^4H^2 + 75H^2O$..	6,77	1,045	0,00	
$SO^4H^2 + 100H^2O$..	5,16	1,032	+ 2,5	
$SO^4H^2 + 300H^2O$..	1,78	1,007	+ 4,5	
$SO^4H^2 + 1000H^2O$..	0,54	1,001	+ 0,5	

CHIMIE ORGANIQUE. — *Application de la loi de Trouton aux alcools saturés de la série grasse.* Note de M. **W. Louguinine**.

« Il était intéressant de vérifier si la loi empirique donnée par Trouton (*Phil. Mag.*, 1884) est applicable aux alcools dont, dans ma Note précédente, j'ai donné les chaleurs latentes de vaporisation. D'après Trouton, le produit des poids moléculaires des substances, par leur chaleur latente

---

(¹) Ce travail a duré plus de cinq mois; il a été fait, pour la plus grande partie, par mon assistant M. le Dr Thilo, et a coûté plus de 8500fr de dépenses directes, tant en acide sulfurique qu'en charbon et en main-d'œuvre.

de vaporisation, divisé par leur température d'ébullition, prise à partir du zéro absolu, devait avoir une valeur constante, $\frac{Mr}{T+t} = \text{const.}$ J'ai établi, pour les substances dont j'avais déterminé les chaleurs latentes de vaporisation, la Table suivante :

	M.	$t.$	$r.$	$\frac{Mr}{T+t}$.
1. C^2H^6O	46	78°,3	201,42	26,37
2. $CH^3-CH^2-CH^2-OH$	60	96,96	164,07	26,61
3. $(CH^3)^2-CH-OH$	60	82,19	159,72	26,98
4. $CH^2-CH^2CH^3$ / CH^2-OH	74	116,48	138,18	26,25
5. $(C^3H^7)-CH^2OH$	74	107,67	136,16	26,47
6. Alc. amyl. de fermentation	88	130,06	118,15	25,79
7. $(CH^3)^2$ / C^2H^5 } $-COH$	88	102,08	110,37	25,90

» Les températures d'ébullition données dans cette Table, pour les alcools étudiés, sont un peu inférieures à celles qui sont généralement indiquées, ce qui doit provenir de ce qu'elles ont été déterminées à des pressions barométriques assez basses, vers 750^{mm} pour quelques-uns. Comme on le voit, pour les alcools sur lesquels j'ai opéré, la constante est à peu près égale à 26,34 (moyenne des nombres obtenus). Trouton a trouvé, pour deux des alcools étudiés par moi, des nombres fort voisins de ceux qui sont indiqués dans la Table précédente (26,30 pour l'alcool éthylique et 26,20 pour l'alcool amylique).

» Les expériences que j'ai faites confirment, par conséquent, la loi empirique de Trouton. Il est remarquable que, pour l'eau, cette loi donne un nombre très voisin de celui qui a été obtenu pour les alcools gras saturés (25,86). D'un autre côté, les expériences faites par Robert Schiff, sur de nombreux éthers des divers acides gras, donnent pour $\frac{Mr}{T+t}$ une valeur très différente, voisine de 21. Pour les hydrocarbures de la série aromatique, dont ce savant a également déterminé les chaleurs latentes de vaporisation, $\frac{Mr}{T+t}$ correspond à un nombre qui est à peu près le même pour toute la série et est un peu inférieur à celui qui a été donné pour les éthers (à peu près 20). MM. Berthelot et Ogier ont trouvé pour la chaleur latente de vaporisation de l'acide formique [*Ann. de Ch. et de Phys.*, 5e série, t. XXIII] le nombre 103,7 et M. Ogier pour celle de l'acide acétique 84,9 (*Ann. de Ch. et de Phys.*, 5e série, t. XXX, p. 406). En introduisant ces nombres dans la formule de Trouton, on trouve que la constante

pour l'acide formique est égale à 12,82, et pour l'acide acétique à 13,03.

» Mais ces nombres se rapportent à la formation d'une vapeur qui se trouve en majeure partie à l'état de gaz bicondensés, tels que $(C^2H^4O^2)^2$. En y ajoutant les nombres trouvés par ces auteurs pour la transformation de l'acide acétique en gaz normal, soit $+80,2$, on aurait pour l'acide acétique 25,9, c'est-à-dire la même valeur que pour l'alcool, et l'acide formique doit subir une correction analogue.

» La conclusion que je crois pouvoir tirer de ces données serait que la valeur de $\frac{Mr}{T+t}$ varie d'un groupe de substances organiques à un autre, tout en restant à peu près constante pour les membres d'une même série. Si de nouvelles expériences confirmaient cette opinion, la loi empirique de Trouton acquerrait une grande importance d'application; il suffirait, pour connaître les chaleurs latentes de vaporisation de toutes les substances composant un groupe organique, de déterminer par l'expérience la chaleur latente de vaporisation d'un seul membre de ce groupe, d'en déduire la valeur de la constante, fournie par l'expression $\frac{Mr}{T+t}$, valeur qui serait la même pour tout le groupe.

» Nous aurions ainsi un moyen simple et commode de connaître les chaleurs latentes de vaporisation des nombreuses substances organiques dont les chaleurs de combustion ont été déterminées, le but du travail actuellement entrepris par moi étant de pouvoir les ramener à un même état physique qui les rende comparables entre elles.

» Je compte continuer ce travail et déterminer la valeur de la constante $\frac{Mr}{T+t}$ pour divers groupes de la Chimie organique, en commençant par les acétones. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du chlorure de soufre sur les dérivés cupriques de l'acétylacétone et de la benzoylacétone.* Note de M. **Victor Vaillant**, présentée par M. Troost [1].

« On sait que Buchka [2] a obtenu l'éther thioacétylacétique

$$\begin{matrix} CH^3.CO.CH.CO^2C^2H^5 \\ >S \\ CH^3.CO\ CH.CO^2.C^2H^5 \end{matrix}$$

---

[1] Travail fait au laboratoire de Chimie de la Sorbonne.

[2] *D. ch. G.*, t. XVIII, p. 2090.

en faisant agir le protochlorure de soufre S^2Cl^2 sur l'éther sodacéto-acétique $CH^3.CO.CHNa.CO^2C^2H^5$. Schönbrodt [1] l'a également préparé par le dérivé cuprique. J'ai essayé d'obtenir les composés correspondants relatifs à l'acétylacétone et à la benzoylacétone.

» Je suis parti de l'acétylacétonate de cuivre, qu'il est facile d'obtenir très pur par la méthode de Claisen [2].

» On dissout ce composé dans le chloroforme jusqu'à saturation et l'on fait tomber goutte à goutte du protochlorure de soufre également dissous dans le chloroforme jusqu'à ce que la teinte primitive bleu saphir de la solution ait complètement disparu. Il se fait un précipité abondant de chlorure cuivreux avec dépôt de soufre.

» La solution filtrée est jaune clair; elle contient un corps qu'on sépare par évaporation du dissolvant, et qui, purifié par cristallisations successives, se présente en très beaux cristaux. Le rendement peut s'élever jusqu'à 55 pour 100.

» Les eaux-mères contiennent une huile d'un rouge brun, à odeur très piquante, rappelant celle de l'acétylacétone chlorée.

» Le dérivé cristallisé a donné à l'analyse :

Poids de la matière	1,070 gr
Poids du sulfate de baryte	1,901

d'où

$$S = 24,40 \text{ pour } 100.$$

» Le dosage du carbone et de l'oxygène a fourni :

Poids de la matière	0,300 gr
Poids de l'eau	0,141
Poids de l'acide carbonique	0,5015

d'où

$$H = 5,22 \text{ pour } 100,$$
$$C = 45,59 \text{ pour } 100.$$

» On a donc pour la composition centésimale du corps :

	Trouvé.	Calculé pour $C^{10}H^{14}S^2O^4$.
C	45,59	45,77
H	5,22	5,34
S	24,40	24,42
O	24,79	24,42

» Ces nombres correspondent à la formule $C^{10}H^{14}S^2O^4$.

» On voit donc que la réaction n'est point parallèle à celle du chlorure

(1) *Ann. Chim. Pharm.*, t. CCLIII, p. 197.
(2) *Bull. Soc. chim.*, t. I, p. 496.

de soufre sur l'éther acétylacétique; l'atome de cuivre de la molécule est ici remplacé par 2 atomes de soufre.

» L'existence de ce composé avait été déjà signalée par MM. Ch. et A. Combes ([1]), qui l'ont obtenu par l'action directe du chlorure de soufre sur l'acétylacétone.

» Ce corps cristallise, dans le système orthorhombique, en beaux cristaux de couleur ambrée, très biréfringents et présentant généralement les faces g_1, h_1, m, $e^{\frac{g}{x}}$. Il est complètement insoluble dans l'eau à froid; l'eau bouillante en dissout des traces. Il est peu soluble dans l'alcool, mais il se dissout bien dans l'éther, la benzine et surtout dans le chloroforme. Sa température de fusion, déterminée après cristallisation, soit dans le chloroforme, soit dans la benzine, est de 90°-91°. Le corps reste facilement en surfusion. Chauffé fortement à l'air libre, il se décompose sans entrer en ébullition.

» L'acide azotique fumant l'attaque avec une grande énergie, la réaction est presque explosive. Le permanganate de potasse, agissant sur le composé en solution dans l'éther de pétrole donne un dérivé cristallisé que je n'ai pu obtenir encore en quantité suffisante pour l'analyser.

» *Dérivés métalliques.* — En dissolvant le composé précédent dans un grand excès d'éther absolu, on observe d'abord un assez vif dégagement d'hydrogène, et il se forme peu à peu un corps insoluble dans l'éther qui se présente sous l'aspect d'une poudre amorphe.

» Ce dérivé sodé a donné, à l'analyse :

Poids de la substance	$0^{gr},412$
Poids du sulfate de sodium.....................	$0^{gr},186$

d'où

$$Na = 14,67 \text{ pour } 100.$$

» Le nombre théorique, calculé d'après la formule $C^{10}H^{12}Na^2S^2O^4$, est 15,03 pour 100.

» Ce corps est très soluble dans l'eau, mais il se décompose facilement à la température de l'ébullition. Il cristallise, quoique avec peine, en petits groupements mamelonnés. Chauffé à l'air libre, il se décompose en donnant des produits d'une odeur infecte.

» On peut obtenir le dérivé cuprique en traitant le dérivé sodé par une solution saturée d'acétate de cuivre, mais on le prépare plus facilement en agitant ce dernier sel avec une solution éthérée du dérivé sulfuré. Il se produit ainsi sous l'aspect d'une

---

([1]) *Bulletin de la Société de Chimie, Procès-verbaux des séances,* t. VII, p. 760.

poudre amorphe d'un beau vert soluble dans le chloroforme et cristallisable, quoique difficilement, en petits octaèdres d'un vert sombre.

» Ce dérivé cuprique semble renfermer un nombre variable de molécules d'eau de cristallisation, car la coloration varie notablement quand la température s'élève. Une analyse faite après dessiccation à 60° a conduit à la formule $C^{10}H^{12}CuS^2O^4 + 4H^2O$. Ce corps se décompose comme le dérivé sodé à une température voisine de 100°, en donnant des produits sur lesquels je me propose de revenir.

» Le dérivé sulfuré, en solution alcoolique ou éthérée, donne avec le perchlorure de fer une coloration rouge sang, très intense.

» On voit donc qu'un certain nombre de propriétés caractéristiques signalées par M. A. Combes pour l'acétylacétone sont conservées dans la dithioacétylacétone.

» En faisant agir comme précédemment le chlorure de soufre S^2Cl^2 sur le dérivé cuprique de la benzoylacétone, on obtient de même la dithiobenzylacétone mélangée d'une huile brun acajou très visqueuse et dont la séparation est difficile. Ce corps cristallise également dans le système orthorhombique et les cristaux présentent les mêmes facettes que ceux de la dithioacétylacétone. On obtient aussi un dérivé cuprique et une coloration rouge avec le perchlorure de fer.

» Je me propose de continuer l'étude de ces composés sulfurés et de leurs dérivés. »

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur les dosages de glucose par liqueurs cupro-alcalines*. Note de M. **Fernand Gaud**.

« Lorsque, dans une solution bouillante d'oxyde de cuivre alcalin, on verse une solution de glucose, la réduction n'est pas immédiate. Nous avons établi, dans une précédente Note, qu'une partie du glucose est détruite, dans sa molécule, par l'alcali en excès, et transformée en acides lactique, oxyphénique, oxalique, et éthers lactiques isomères de l'acide hydrocaféique. Ce travail secondaire soustrait ainsi une fraction du poids du glucose employé à l'action oxydante de l'oxyde et, par suite, modifie la valeur de la réduction opérée, jusqu'à occasionner une erreur très sensible. Heureusement celle-ci est, sinon constante, du moins régulièrement variable avec la concentration des solutions glucosiques. La régularité de cette action secondaire fournit plusieurs moyens d'assurer aux dosages une exactitude suffisante dans la pratique.

» 1° On peut d'abord, et c'est là la marche uniquement suivie, opérer

avec des liqueurs sucrées d'une dilution telle (0,5 à 1 pour 100) que l'erreur soit minimum, et dans des conditions de temps, température et volumes aussi identiques que possible, à la fois pour l'établissement du titre de la liqueur cuprique et pour les dosages effectués avec elle. De cette manière, on conserve dans chaque cas à l'erreur une valeur constante et l'on n'a pas à en tenir compte; mais on est toujours obligé de recourir à un essai préliminaire, qui permette d'amener sûrement les solutions à un titre compris entre 0,5 et 1 pour 100.

» 2° Il serait facile de supprimer la difficulté, en établissant directement la teneur en glucose des solutions *non* diluées, et corrigeant le titre expérimental obtenu de l'erreur commise, calculée d'avance. Dans ce but, nous avons effectué un grand nombre de dosages avec des solutions à titre parfaitement connu, variant de 0,1 à 10 pour 100. Ce sont là des concentrations limites, d'où ne sort guère la pratique ordinaire des laboratoires. Les erreurs commises ont pu être ainsi parfaitement établies, pour chaque dilution successive, et les moyennes de 400 dosages ont permis d'établir la formule très simple

$$y = -0{,}00004801\,x + 0{,}02876359\,x^2,$$

exprimant l'erreur y en fonction du titre exact x. Pour les calculs d'analyse, il faut introduire le titre expérimental θ et la formule devient

$$0{,}02876\,x^2 - 1{,}00004801\,x + \theta = 0,$$

d'où il est facile de tirer x. Les titres pour 100, calculés à l'aide de cette formule, concordent avec les titres exacts jusqu'au chiffre des centièmes, ce qui assure une exactitude $\geq \frac{1}{10000}$.

» 3° Une troisième solution s'impose ; éliminer la cause d'erreur dans l'expérience elle-même. La substitution, à la potasse ou la soude, de l'ammoniaque, sans action sur le glucose à 100°, et tout aussi capable de maintenir le cuivre en dissolution, convient parfaitement : si, dans une pareille liqueur, on verse du glucose, l'oxyde est réduit, mais l'oxydule formé se trouve décoloré au moment où se termine la réduction. Il importe toutefois d'opérer dans un courant de gaz inerte, H ou Az, et à la température de 80°, afin de ne pas réoxyder le cuivre et ne pas trop appauvrir la solution en gaz ammoniac. Les avantages de ce mode d'opérer sont considérables : très grande exactitude dans l'appréciation du moment de la décoloration, le liquide étant vu sous une épaisseur égale au diamètre du ballon, et, en outre, suppression des filtrations répétées qui augmentent,

par les eaux des lavages consécutifs, la masse des liquides, au point de modifier la marche de la réduction. De plus, il est possible, après chaque dosage, de régénérer la liqueur en réoxydant l'oxydule par le passage, durant un quart d'heure, d'un simple courant d'air. On travaille ainsi toutes les fois dans des conditions absolument identiques, le poids de cuivre demeurant invariable. Il faut toutefois ajouter au liquide quelques centimètres cubes d'ammoniaque pour rendre au liquide sa richesse primitive.

» Nous avons expérimenté cette méthode avec M. Allein, pharmacien-major de première classe, en employant des solutions contenant $34^{gr},65$ de $CuSO^4$ dissous dans une quantité suffisante d'eau et complétés à 1000^{cc} par de l'ammoniaque ordinaire. L'erreur constatée est très faible, comparée à celle qu'entraîne la liqueur de Fehling : ainsi, avec des solutions à 10 pour 100 de glucose anhydre, elle est de 0,1 pour 100 au lieu de 2,7 pour 100 : elle est uniquement constituée par l'erreur de lecture des volumes, erreur inévitable, prenant des valeurs relatives croissantes avec la concentration. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le goudron de pin.* Note de M. **Adolphe Renard**, présentée par M. Grimaux.

« A côté du térébenthène déjà décrit [1], on rencontre dans les produits de la distillation du goudron de pin un nouvel hydrocarbure bouillant vers 250°-280°. Pour le débarrasser des produits oxygénés qui l'accompagnent, on le maintient pendant quelques heures en ébullition avec un excès de sodium; il se colore fortement en brun, prend un aspect gélatineux; on le lave à l'eau bouillante et, pour achever sa purification, on le rectifie une dernière fois sur du sodium, qui alors n'est plus sensiblement attaqué.

» Il se présente sous la forme d'un liquide incolore, bouillant à 254°-257°. Sa densité à 0° égale 0,9419. Il est sans action sur la lumière polarisée. Son indice de réfraction égale 1,507.

» Son analyse et sa densité de vapeur ont donné des nombres correspondant à la formule $C^{14}H^{22}$.

» Exposé à l'air, il se colore assez rapidement en brun.

» L'acide chlorhydrique est sans action sur lui.

---

[1] *Comptes rendus*, t. CXIX, p. 165.

» Le brome réagit avec violence et le transforme en une masse épaisse brun rouge qui, dissoute dans le chloroforme, abandonne par évaporation du dissolvant des cristaux incolores d'un dérivé tétrabromé $C^{14}H^{18}Br^{4}$.

» En solution sulfocarbonique, on obtient un bibromure $C^{14}H^{22}Br^{2}$ très instable.

» Lorsqu'on fait passer sa vapeur dans un tube chauffé au rouge sombre, il donne une petite quantité d'heptine.

» Traité par l'acide nitrique fumant en solution acétique, il se transforme en un dérivé nitré $C^{14}H^{21}(AzO^{2})$ que l'on débarrasse par un courant de vapeur d'eau d'une petite quantité d'un hydrocarbure ayant résisté à l'action de l'acide, dont la proportion ne dépasse pas 4 à 5 pour 100.

» Traité par deux fois son volume d'acide sulfurique ordinaire, ce carbure s'échauffe en se transformant en partie en un dérivé sulfoné. Par addition d'eau, il se sépare une couche huileuse formée de polymères visqueux qui, soumise à la distillation dans un courant de vapeur d'eau, fournit une notable quantité d'un hydrocarbure volatil bouillant à 250°-260° qui, traité par l'acide sulfurique fumant, se dissout en partie et laisse finalement environ 15 à 20 pour 100 d'un hydrocarbure complètement inattaquable, bouillant à 250°-253° et répondant à la formule $C^{14}H^{26}$. L'acide sulfurique fumant, l'acide nitrique fumant, le brome à froid sont sans action sur lui; il présente tous les caractères d'un hydrocarbure saturé qui, en raison de sa proportion, a dû prendre naissance par l'action de l'acide sulfurique sur le carbure primitif $C^{14}H^{22}$.

» Quant à l'acide sulfonique resté en solution dans la liqueur aqueuse, on peut l'isoler en saturant le liquide par de l'ammoniaque et ajoutant du sel marin; le sel ammoniacal se précipite sous forme d'une masse gommeuse très soluble dans l'eau avec fluorescence. Sa solution additionnée d'acide chlorhydrique en excès abandonne l'acide sous forme d'un dépôt gommeux, soluble dans l'eau, l'alcool, l'éther; les acides sulfurique, chlorhydrique et le sel marin le précipitent de sa solution aqueuse. Son sel de baryum est insoluble; séché à 100° il répond à la formule

$$(C^{14}H^{21}SO^{3})^{2}Ba.$$

» Enfin, si, au lieu de faire réagir l'acide sulfurique seul sur le carbure $C^{14}H^{22}$, on emploie un mélange d'acide sulfurique et d'alcool, on voit se produire, en chauffant légèrement, une coloration bleue très nette.

» Cette dernière réaction, comme l'a indiqué M. Maquenne [1], est caractéristique des hydrures aromatiques ; il en est de même de l'action de l'acide sulfurique seul qui, comme on l'a vu, transforme en partie cet hydrocarbure en carbure saturé, réaction comparable à la transformation de l'heptine en hexahydrure de toluène sous la même influence [2]. Enfin, à ces deux réactions viennent encore s'ajouter l'altérabilité du carbure à l'air, le peu de stabilité de son dérivé bromé d'addition et sa transformation partielle en heptine sous l'influence de la chaleur.

» Ces faits établissent un rapprochement entre ce nouvel hydrocarbure $C^{14}H^{22}$ et les hydrures aromatiques, et particulièrement l'heptine C^7H^{12}, ce qui permet de le considérer comme du biheptinyle $C^7H^{11}-C^7H^{11}$ ou octohydrure de bitolyle $(H^4-C^7H^7)-(C^7H^7-H^4)$. Cette formule, en outre, rend bien compte de sa transformation en carbure saturé ou dodécahydrure de bitolyle $(H^6-C^7H^7)-(C^7H^7-H^6)$ par fixation de 4 atomes d'hydrogène [3]. »

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Action des sables et des eaux du Sahara sur les ciments et chaux hydrauliques*. Note de M. **Jules Perret**.

« Au cours de travaux exécutés, en 1893, à la caserne des tirailleurs de Tougourt, j'ai eu occasion de constater que des mortiers et bétons de chaux hydrauliques, préparés en 1864 avec le sable et l'eau de Tougourt, étaient délayés ou désagrégés. Ce résultat était particulièrement net pour les mortiers et bétons en contact avec la nappe d'eau souterraine.

» Ces constatations m'ont amené à faire quelques recherches sur l'influence exercée par les sables et les eaux du Sahara sur les ciments et mortiers hydrauliques.

» *Influence des sables du Sahara*. — Les sables du Sahara ont une composition très variable ; d'après des analyses faites par Dubocq et le laboratoire de l'École des Mines en 1892, leur teneur en silice varie de 30 à 60 pour 100 et leur teneur en sul-

---

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XXVIII.

(2) *Loc. cit.*

(3) Je me fais un devoir de signaler à l'Académie l'intelligent concours que m'a prêté dans ce travail M. Olivier Potier, élève du laboratoire de l'École des Sciences de Rouen.

fate de chaux de 1 à 50 pour 100. J'ai préparé, avec de l'eau distillée, des mortiers à parties égales de portland et de sable, le n° 1 siliceux pur, les nos 2, 3 et 4 ayant la provenance et la composition indiquées ci-dessous :

	Eau.	Silice.	Sulfate de chaux.	Argile.	Carbonates.	Chlorures.
N° 1	»	»	»	»	»	»
N° 2. El Oued	0,08	0,60	0,10	0,20	0,01	0,02
N° 3. Tougourt	0,17	0,40	0,30	0,10	»	0,03
N° 4. Kef el Amar 20km sud de Tougourt	0,15	0,30	0,50	0,03	0,02	»

» La durée du durcissement a augmenté du n° 1 au n° 4 ; au bout de quatre mois d'immersion dans l'eau, j'ai obtenu les chiffres suivants pour la résistance à la compression :

N° 1.	N° 2.	N° 3.	N° 4.
150kg	70kg	40kg	20kg

» D'autres échantillons, composés de 1 de portland et 2 de sable à 30 pour 100 de gypse, étaient complètement altérés au bout de trois mois d'immersion et se désagrégeaient à la main ; l'intérieur était pâteux.

» Ces essais paraissent mettre nettement en évidence le rôle joué par le sulfate de chaux dans la désagrégation des ciments, par suite de la formation du sulfo-aluminate de chaux de M. Caudlat. Au cours de mes essais, j'ai également remarqué que le sulfate de chaux réagissait sur le silicate tribasique de chaux. Le résultat de cette réaction doit être un sulfo-silicate de chaux, jouant le même rôle que le sulfo-aluminate.

» *Influence des eaux du Sahara.* — Mes essais sur l'influence des eaux du Sahara m'ont montré que ces eaux étaient particulièrement nuisibles, tant pour la préparation que pour la conservation des ciments.

» J'ai préparé des mortiers avec différents ciments et de l'eau distillée, de l'eau de mer et de l'eau de Tougourt. Les temps de prise ont été les suivants :

Eaux.	Portland.	Vassy.	Isère prompt.	Isère demi-prompt.
	h. m	m	m	m
Distillée	1.15	10	5	10
De la Méditerranée	2.30	20	20	20
De Tougourt	2.40	25	25	20

» Ce Tableau montre que c'est l'eau du Sahara qui a donné les prises les plus lentes ; de plus, en conservant ces mortiers pendant six mois dans l'eau identique à celle qui avait servi à leur préparation, j'ai constaté que l'eau du Sahara produisait une décomposition plus rapide que l'eau de

mer : les échantillons conservés dans cette eau étaient recouverts d'une couche épaisse de produits des décompositions; dans l'intérieur, on trouvait des parties non adhérentes.

» Le Tableau ci-dessous donne la composition des sels contenus dans 1^{kg} d'eau de la Méditerranée et d'eau de Tougourt :

	Chlorures.	Nitrates.	Sulfates.	Chlorates.
Eau de la Méditerranée.....	$26^{gr},70$	»	$3^{gr},30$	$0^{gr},10$
Eau du Sahara..............	$2^{gr},40$	$0^{gr},06$	$3^{gr},45$	$0^{gr},08$

» Les sulfates contenus dans l'eau de mer sont principalement des sulfates de soude et de magnésie qui, le premier surtout, sont peu actifs sur les ciments, alors que l'eau du Sahara contient surtout du sulfate de chaux; c'est à celui-ci que l'on doit attribuer l'influence néfaste de ces eaux, tant sur la prise que sur la conservation des ciments.

» *En résumé*, la présence, en forte proportion, du sulfate de chaux dans les sables et dans les eaux du Sahara, est des plus nuisibles à la qualité et à la conservation des mortiers de ciment préparés dans cette région; il importe d'apporter le plus grand soin dans le choix de ces deux éléments, surtout en ce qui concerne les sables, que l'on peut trouver sur certains points suffisamment purs en sulfate de chaux. »

ZOOLOGIE. — *Sur l'origine homarienne des Crabes* (*Brachyures*). Note de M. **E.-L. Bouvier**, présentée par M. Milne-Edwards.

« Les recherches effectuées durant ces vingt dernières années, notamment celles de M. Boas, nous ont fourni des détails intéressants sur les affinités et l'évolution des Crustacés macroures et anomoures, mais elles ne nous ont appris que fort peu de chose sur l'origine des Dromiacés (Dromies et Homoles), c'est-à-dire des Crabes qui ont servi de point de départ à l'immense groupe des Brachyures. Les uns prétendent, avec M. Boas, que les Dromiacés se rattachent à des formes intermédiaires entre les Anomoures et les Thalassinidés du genre *Axius;* les autres, avec M. Claus, qu'ils dérivent du groupe des Galathéides et probablement d'espèces très voisines de la *Galathea squamifera*. Grâce à l'obligeance de M. A. Milne-Edwards, qui a bien voulu mettre à ma disposition les Dromiacés abyssaux recueillis par le *Blake* et le *Talisman*, j'ai pu faire cesser ces divergences et

établir, sans conteste, je l'espère, que *les Crabes dérivent directement des Homaridés et vraisemblablement des Homaridés de la période jurassique.*

» De tous les Dromiacés abyssaux que j'ai étudiés, l'espèce la plus primitive, presque à tous égards, est l'*Homolodromia paradoxa* des Antilles, qui ressemble encore aux Macroures et à beaucoup d'Anomoures par sa carapace allongée, rétrécie en avant et régulièrement convexe, par ses orbites largement ouvertes et par son rostre indépendant de l'épistome. Contrairement aux Galathées et aux Axies, elle a des éléments branchiaux filiformes et hexasériés, des sternites thoraciques tous soudés entre eux et des épipodites très développés; les sillons de sa carapace rappellent ceux des Homards, et ses pattes-mâchoires antérieures se font remarquer par leur fouet exopodal articulé, ainsi que par la longueur et la largeur régulière de leur palpe (lacinie externe). Par la pleurobranchie qui existe à la base de ses pattes postérieures, par l'angle que font entre eux les axes d'articulation des deux articles de ses pinces, et par la soudure très apparente des articles 2 et 3 de ses pattes, elle diffère, en outre, complètement des Axies; elle diffère d'ailleurs des Galathées par sa carapace qui est dépourvue d'angle latéro-dorsal, par ses épipodites nombreux (6), par ses podobranchies (5), par l'arthrobranchie de ses pattes-mâchoires de la deuxième paire, enfin par les fausses pattes modifiées de son premier segment abdominal.

» Ces caractères, qui distinguent les Homolodromies des Galathées et des Axies, et qui empêchent de les rattacher à ces formes, les rapprochent au contraire des Homaridés, car, à l'exception d'un seul que je signalerai plus loin, ils existent tous dans cette famille. D'autres caractères non moins importants sont également communs aux Homolodromies et aux Homaridés : l'épistome est de grande dimension, l'article terminal du palpe des mâchoires antérieures est allongé et s'applique sur les mandibules, les pattes-mâchoires postérieures ont la même forme et la même rangée de denticules, le sillon *c* de la carapace n'est pas encore uni au sillon *e*, les branchies et les épipodites sont en même nombre et disposés de la même manière, abstraction faite de l'épipodite et de la podobranchie de la quatrième paire de pattes qui font défaut chez les Homolodromies, abstraction faite aussi de l'arthrobranchie des pattes-mâchoires de la deuxième paire qui s'atrophie complètement chez les Homaridés.

» Étant donné cet ensemble de caractères communs, on ne saurait douter que les Homolodromies dérivent de la famille des Homaridés, mais comme tous les représentants connus de cette dernière famille sont dépour-

vus d'arthrobranchies à la base des pattes-mâchoires de la deuxième paire, il y a lieu d'admettre que les Homolodromies sont issus d'Homaridés plus primitifs, qui avaient conservé toutes les arthrobranchies antérieures de leurs ancêtres les Pénéides. Ces branchies existaient vraisemblablement chez les Homaridés jurassiques, et notamment chez les *Eryma*, dont M. Boas a très exactement dessiné la carapace; or, quand on compare les sillons céphalothoraciques des Homolodromies à ceux des *Eryma*, on constate qu'ils sont disposés de la même manière bien qu'ils soient singulièrement plus nombreux que ceux des Homaridés actuels. C'est pourquoi je n'hésite pas à placer la souche des Dromiacés chez les Homaridés jurassiques ou chez des formes qui leur ressemblaient beaucoup.

» J'ajouterai que les Dromiacés doivent se rattacher aux Homariens par une forme plus primitive que les Homolodromies, et aujourd'hui encore inconnue. Chez les Dicranodromies, en effet, de même que chez les Homoles, l'article basilaire des pédoncules oculaires est libre, comme chez les Homards, tandis qu'il est soudé à l'épistome chez les Homolodromies; bien plus, on observe, chez les Dicranodromies, à la base des pattes de la quatrième paire, l'épipodite et la podobranchie homarienne qui font défaut chez les Homolodromies. Il a dû s'intercaler, par conséquent, entre les Homaridés et les Homolodromies, une forme très primitive qui a servi de point de départ à la famille des Dromiacés et, par l'intermédiaire des Dromiacés, au groupe tout entier des Brachyures. »

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur une maladie des Ailantes, dans les parcs et promenades de Paris*. Note de M. **Louis Mangin**.

« Dans le courant de cet été, les Ailantes de certaines promenades de Paris ont été très éprouvés par une maladie dont les premiers symptômes s'étaient manifestés il y a trois ou quatre ans. En quelques endroits même, et notamment rue Royale, faubourg Saint-Honoré, avenue Malakoff, près du Trocadéro, boulevard Raspail, près de la rue du Bac, la plupart des arbres atteints sont morts. Cette maladie a aussi été observée dans certains jardins ainsi qu'au bois de Vincennes où, depuis quelques années, les Ailantes disparaissent successivement.

» Voici les apparences extérieures de cette affection sévissant sur une espèce qui jouissait jusqu'ici, parmi nos arbres, d'une immunité spéciale par sa rusticité et sa vigueur. La feuillaison s'est accomplie au printemps

d'une manière régulière, mais, vers le commencement de l'été, les feuilles se sont desséchées peu à peu et sont successivement tombées comme en automne; aux mois de juin et de juillet, les Ailantes des régions que j'ai signalées avaient pris l'aspect hivernal; quelques-uns ont bien développé de nouvelles pousses sur le bois de deux ans, mais la plupart, rabougries et chétives, se sont flétries à leur tour.

» Grâce à l'obligeance de M. de Tavernier, ingénieur en chef des plantations, de M. Forestier, conservateur du bois de Vincennes, et des ingénieurs des diverses sections de Paris, qui ont mis un grand empressement à me fournir les matériaux d'une première étude, j'ai pu faire, sur cette maladie, les observations suivantes.

» Les feuilles, ordinairement vertes, parfois avec quelques taches grises ou à contour brun, n'étaient pas déformées; sauf la formation de callose dans l'épiderme ou le parenchyme autour des poils et dans les taches grises; sauf la présence d'un acarien, le *Tetranychus telarius*, assez abondant sur quelques arbres malades, je n'ai pas rencontré de parasites ou d'altérations capables d'expliquer la chute prématurée de ces organes.

» Mon attention ayant été attirée sur la coloration jaune du bois, j'ai comparé les Ailantes sains à ceux qui ont été abattus à Paris et au bois de Vincennes [1]. Voici les résultats de cette comparaison :

» 1° Arbre sain (École de Pharmacie), 8 ans. — Diamètre du tronc : 16^{cm}. Les couches annuelles du bois sont très larges; l'une d'elles avait 15^{mm}, une seule très mince n'avait que 2^{mm}.

L'épaisseur moyenne des couches du bois est de $9^{mm},5$.

» 2° Arbre malade (Faubourg Saint-Honoré), 21 ans. — Diamètre du tronc : 24^{cm}. Les onze premières couches sont épaisses et l'une d'elles atteignait 13^{mm}; les dix dernières sont très minces et leur épaisseur totale est de 15^{mm}.

L'épaisseur moyenne des couches du bois est de 5^{mm}.

» 3° Arbre malade (Faubourg Saint-Honoré), 28 ans. — Diamètre du tronc : 25^{cm}. Les couches annuelles décroissent régulièrement.

L'épaisseur moyenne des couches du bois est de 4^{mm}.

» 4° Arbre malade (Bois de Vincennes), 23 ans. — Diamètre du tronc : 16^{cm}.

L'épaisseur moyenne des couches du bois est de 3^{mm} *à* $3^{mm},5$.

---

(1) J'ai pris comme types d'arbres sains les Ailantes du Jardin Botanique de l'École de Pharmacie, où M. Guignard a bien voulu, sur ma demande, faire abattre l'un de ceux qui donnaient trop d'ombrage.

» 5° Arbre malade (Bois de Vincennes), 26 ans. — Diamètre du tronc : 14^{cm}.

L'épaisseur moyenne des couches est de 2^{mm} à 2^{mm},5.

» La structure du bois a révélé une particularité importante. Dans les arbres sains (École de Pharmacie, pépinière de Longchamps), les nombreux et larges vaisseaux qui occupent la partie interne de chaque couche annuelle, ne présentent pas de thylles normales, mais çà et là, surtout dans le bois de la première année, ils renferment des thylles gommeuses, analogues à celles que j'ai décrites récemment dans la vigne et qui oblitéraient un très petit nombre de vaisseaux. Dans les arbres malades, au contraire, la formation de la gomme est très abondante et un grand nombre de vaisseaux sont bouchés par les thylles gommeuses; de plus, ces bouchons de gomme sont d'*autant plus nombreux que l'épaisseur des couches annuelles devient plus faible*. Ainsi, la réduction de l'accroissement annuel et l'infiltration gommeuse sont les caractères du dépérissement.

» L'accumulation de la gomme ralentit la circulation de la sève ascendante; j'ai pu m'assurer de ce fait par l'expérience suivante. Des fragments de bois, sain et malade, débités en parallélépipèdes de 1^{cm} ou 2^{cm} de côté et de 1^{cm} d'épaisseur, ont été lutés à l'extrémité d'un tube dans lequel on fait ensuite le vide, puis la section de ces fragments est plongée dans une solution tiède de gélatine colorée. Avec le bois sain, la pénétration du liquide est rapide et complète et, après refroidissement de la masse, on voit que tous les vaisseaux sont injectés de gélatine; avec le bois malade et sur des fragments comprenant 7 et 15 couches annuelles, la pénétration est lente et la gélatine ne pénètre que dans le bois de la dernière année, ou dans quelques vaisseaux de l'année précédente.

» La circulation de l'eau dans la tige ne peut donc s'effectuer, chez les arbres malades, que pour le dernier et une partie de l'avant-dernier bois. Or, sur tous les individus que j'ai examinés, ce bois est envahi par un mycélium, surtout abondant dans les vaisseaux et formant parfois un feutrage occupant toute la section; en outre, ces vaisseaux renferment, ainsi que certaines cellules du bois, une substance jaune, insoluble dans l'eau et dans l'alcool, qui donne à la région la teinte jaune signalée plus haut.

» On peut, d'après ce qui précède, expliquer de la manière suivante le dépérissement des arbres. Dès que les feuilles sont épanouies, elles évaporent une grande quantité d'eau; mais, comme la gomme bouche presque tous les vaisseaux, elles ne récupèrent pas assez vite l'eau qu'elles ont perdue, la nutrition se ralentit, les feuilles se flétrissent, se dessèchent et

tombent; si, à ce moment, les champignons saprophytes à parasitisme facultatif, s'introduisent soit par les racines, soit par les blessures des branches, l'arbre, épuisé, meurt bientôt.

» Il n'a pas été possible de déterminer l'espèce de champignon qui pénètre dans le bois, car les fructifications ne se forment que longtemps après la mort de l'arbre, à ce moment envahi par de nombreux saprophytes; mais il est probable que plusieurs espèces de Sphériacées concourent à achever les arbres déjà malades. J'espère, dans le courant de l'hiver, rencontrer tous les appareils reproducteurs et arriver à une spécification encore incertaine aujourd'hui. D'autre part, je n'ai pas pu, vu la saison avancée, déterminer la cause de l'accumulation de la gomme dans les vaisseaux. En attendant les résultats des essais qui auront lieu au printemps prochain, on peut, ou bien remplacer les Ailantes par une essence à port semblable, comme le *Cedrela sinensis* ou les noyers d'Amérique (*Juglans nigra, J. cinerea*); ou bien on devra changer toute la terre végétale et assurer par un bon drainage, et surtout par quelques fumures, une nutrition abondante aux jeunes plants d'Ailantes, pour les mettre en état de résister à l'invasion des parasites. J'ai pu constater que l'aération insuffisante des racines et le défaut de nutrition sont, parmi les causes de dépérissement de certains arbres à Paris, celles auxquelles on n'a pas suffisamment remédié jusqu'ici. »

A 3 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures. M. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 15 octobre 1894.

Bulletin des Sciences mathématiques, rédigé par MM. Gaston Darboux et Jules Tannery. Juillet 1894. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1894; 1 fasc. in-8°.

Traité de Chimie légale. Analyse toxicologique. Recherches spéciales, par

Ernest Barillot. Paris, Gauthier-Villars, 1894; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Troost.)

Bulletin de l'Académie de Médecine. N° 41, séance du 9 octobre 1894. Paris, G. Masson; 1 fasc. in-8°.

Mémoires et Bulletin de la Société de Médecine et de Chirurgie de Bordeaux. 3e et 4e fascicules. 1893. Paris, G. Masson, 1894; 1 vol. gr. in-8°.

Journal de Pharmacie et de Chimie, N° 8. 15 octobre 1894. Paris, G. Masson; 1 fasc. in-8°.

Société de Géographie. Comptes rendus des Séances. 1894, Paris; 1 fasc. in-8°.

Moyens physiques de l'action éloignée, par Jules Miffre. Paris, Bernard et Cie, 1894; 1 br. in-4°.

Exposition de Chicago en 1893. Rapports publiés sous la direction de M. Camille Krantz, commissaire général du gouvernement français. Comité 19 : *Produits chimiques et pharmaceutiques, matériel de peinture, parfumerie, savonnerie.* Paris, Imprimerie nationale, 1884; 1 vol. in-4°.

Revue maritime et coloniale. Octobre 1894. Paris, Baudoin; 1 vol. gr. in-8°.

Bulletin de la Société Impériale des Naturalistes de Moscou. Publié sous la rédaction du prof. Dr. M. Menzbier. Années 1893 et 1894. Moscou, 1894; 2 vol. in-8°.

Gerechtelijke statistiek van het koninkrijk der Nederlanden. 1893. S' Gravenhage, 1894; 1 vol. in-4°.

Discurso leido en la Universidad central en la solenne inauguracion del Curso academico de 1894 *a* 1895 por el Doctor D. Antonio Sanchez Moguel, catedratico de la Facultad de Fisolofia y Letras. Madrid, 1894; 1 br. gr. in-8°.